

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ecole Normale Supérieure
de Bou-Saada
Dép. Sciences Exactes



المدرسة العليا للأساتذة-بوسعادة
المجاهد الفريق أحمد قايد صالح
قسم: العلوم الدقيقة



2021 | 11 | 11

25 | 15 | 2021

دروس في مقياس الإلكترونيات

المقياس: الإلكترونيات

المستوى: السنة الثانية علوم دقيقة

الأستاذ: عكة علي

الرتبة: أستاذ محاضر قسم -ب- بالمدرسة العليا للأساتذة-بوسعادة-

السنة الجامعية:

1441-1442 (هـ) / 2020-2021 (م)

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ecole Normale Supérieure
de Bou-Saada
Dép. Sciences Exactes



المدرسة العليا للأساتذة-بوسعادة
المجاهد الفريق أحمد قايد صالح
قسم: العلوم الدقيقة

دروس في مقياس الإلكترونيات

المقياس: الإلكترونيات

المستوى: السنة الثانية علوم دقيقة

الأستاذ: عكة علي

الرتبة: أستاذ محاضر قسم -ب- بالمدرسة العليا للأساتذة-بوسعادة-

السنة الجامعية:

1441-1442(هـ)/2020-2021(م)

الفهرس

01المقدمة
المحور الأول: الإشارة الكهربائية وتحليل فوريه	
02 1. المقدمة
02 2. الإشارة
02 1.2. الإشارة الكهربائية
02 2.2. الإشارات المرئية
02 3.2. الإشارات الصوتية
02 3. الشكل الموجي للإشارة
03 1.3. إشارة الجهد المستمر
03 2.3. دالة الدرجة
04 3.3. دالة الومضة
04 4.3. إشارة نبضية
05 5.3. إشارة جيبية
05 6.3. إشارة مستطيلة
06 7.3. إشارة مثلثية
07 8.3. إشارة عشوائية
07 4. تصنيف الإشارات
07 1.4. إشارات دورية وإشارات غير دورية
08 2.4. إشارات محددة وإشارات عشوائية
08 3.4. إشارات طاقة وإشارات قدرة
09 4.4. إشارات تماثلية وإشارات رقمية
10 5. تحويلات فوريه
10 1.5. نشر فوريه
10 1.1.5. فكرة عامة
10 2.1.5. نشر فوريه الجيبي
13 3.1.5. نشر فوريه الأسّي

13إستخدامات نشر فوريه. 4.1.5
14تحويل فوريه لدالة. 2.5

المحور الثاني: الدارات الكهربائية وقوانين كيرشوف

15 مفاهيم كهربائية. 1
15 1.1. شدة التيار الكهربائي
15 2.1. الجهد الكهربائي
15 3.1. القدرة الكهربائية
16 2. عناصر الدارة الكهربائية.
16 1.2. العناصر الخاملة
16 1.1.2. أجهزة الإستقبال
16 2.1.2. المقاومات
16 1.2.1.2. أنواع المقاومات
19 2.2.1.2. ربط المقاومات
19 3.1.2. المكثفات
20 1.3.1.2. سعة المكثفة
20 2.3.1.2. توصيل المكثفات
21 4.1.2. الوشائع
22 1.4.1.2. توصيل الوشائع
22 2.2. العناصر النشطة
24 3. قوانين كيرشوف
24 1.3. قانون كيرشوف للجهد
25 2.3. قانون كيرشوف للتيار

المحور الثالث: تحليل الدارات الكهربائية

27 مقدمة. 1
27 2. طريقة التيارات الوهمية
28 3. نظرية التركيب
30 4. نظرية تيفنين
32 5. نظرية نورتن
33 6. نظرية كينلي

36 نظرية ميلمان.	7.
38 نظرية التنضيد.	8.
38 نظرية التعويض.	9.
39 نظرية التحويل الأعظمي للإستطاعة.	10.

المحور الرابع: التيار المتناوب الجيبي

41 التيار الجيبي المتناوب.	1.
41 القيمة اللحظية.	1.1.
41 القيمة المتوسطة.	2.1.
41 القيمة الفعالة.	3.1.
42 عناصر الدارة وتمثيلها.	2.
42 المقاومة في دارة تيار جيبي متناوب.	1.2.
43 الوشيعية في دارة تيار جيبي متناوب.	2.2.
44 المكثفة في دارة تيار جيبي متناوب.	3.2.
45 طريقة الحل الجبرية.	3.
46 طريقة تمثيل فرينل.	1.3.
47 طريقة الأعداد المركبة.	2.3.
49 الممانعة المركبة.	1.2.3.
50 الإستطاعة في التيار الجيبي المتناوب.	4.
50 الإستطاعة اللحظية.	1.4.
50 الإستطاعة المتوسطة.	2.4.
50 الإستطاعة الردية.	3.4.

المحور الخامس: رباعيات الأقطاب

52 تعاريف.	1.
52 تمثيل رباعي الأقطاب بإستعمال المصفوفات.	2.
53 مصفوفة الممانعات.	1.2.
56 مصفوفة المسامحات.	2.2.
56 المصفوفات الهجينة.	3.2.
57 المصفوفة الهجينة H.	1.3.2.
58 المصفوفة الهجينة G.	2.3.2.

584.2. مصفوفة الإنتقال
593. تجميع رباعيات الأقطاب
591.3. الربط على التسلسل
602.3. الربط على التفرع
613.3. الربط على التوالي

المحور السادس: الإستجابة الترددية

631. مقدمة
632. دالة التحويل لرباعيات الأقطاب
633. المرشحات
641.3. أنواع المرشحات
641.1.3. مرشح سفلي
642.1.3. مرشح علوي
653.1.3. مرشح عبور شريطي
654.1.3. مرشح رفض
652.3. نبض القطع
653.3. تمثيل بود للمرشح
664. دراسة الإستجابة الترددية لرباعيات الأقطاب
661.4. دراسة رباعي الأقطاب RC
692.4. دراسة رباعي الأقطاب CR
733.4. دراسة رباعي الأقطاب "وين" (مرشح عبور شريطي)
765. تمثيل نيكوست
771.5. معيار إستقرار نيكوست
78المراجع

مقدمة

في الآونة الأخيرة أصبح العالم مدمنا وشغوبا باستخدام الأجهزة الإلكترونية والتي لا يكاد شخص أو منزل إلا لديه جهاز إلكتروني. هذا الإدمان على الأجهزة الإلكترونية والإستخدام الواسع لها في مختلف جوانب حياتنا يعود إلى التطور الهائل الذي شهدته منذ نشأتها أواخر القرن 19م وإلى غاية اليوم.

من هنا جاء الإهتمام بعلم الإلكترونيات الذي هو علم من العلوم التقنية التي تشكل واحدة من أهم فروع الفيزياء التطبيقية، وهي كلمة مشتقة من الإلكترون ولهذا غالبا ما إرتبطت بمعالجة الإشارة الكهربائية الضعيفة الحاملة للمعلومة، كالتيار والكمون.

الإلكترونيات مقياس مقرر على طلبة السنة الثانية علوم دقيقة بالمدرسة العليا للأساتذة، ولذلك أعددت هذه المطبوعة العلمية والتي هي من متطلبات التأهيل العلمي هدفها الرئيسي إضافة شيء من المعرفة لطلبة التخصص، حيث تم كتابتها من خلال مراجعة البحوث السابقة بعبارات سهلة تحمل أفكارا بسيطة، والله أسأل أن تكون نافعة ومفيدة للطلبة.

قسمت هاته المطبوعة إلى ستة محاور وهي كالاتي :

المحور الأول: تم التطرق إلى التعريف بالإشارة وأنواعها، ثم الانتقال إلى تحويل فورييه.

المحور الثاني: التعرف على الدارة الكهربائية ومكوناتها وكذا قوانين كيرشوف.

المحور الثالث : طرق تحليل الدارات الكهربائية في النظام المستمر.

المحور الرابع: التطرق إلى التيار الجيبي المتناوب ونمط تحليل الدارات الكهربائية في هذا النظام.

المحور الخامس : التطرق إلى رباعيات الأقطاب (تعريف، طرق التمثيل، طرق التجميع).

المحور السادس: دراسة الاستجابة الترددية لرباعيات الاقطاب.

إن البحث العلمي يتسم بطابعه التراكمي فما من دراسة أو بحث إلا وجاءت بعده إضافات عديدة، وبدورها هذه المطبوعة التي عالجت مقياس الإلكترونيات جاءت من أجل إضافة المعرفة لطلبة التخصص على أن يتم التوسع في محاورها مستقبلا إن شاء الله.

الإشارة الكهربائية و تحليل فوريه

1. مقدمة

في الدوائر الإلكترونية، هناك أنواع مختلفة من الإشارات الكهربائية. تمثل هذه الإشارات على شكل رسوم بيانية، غالبًا ما تعطي منحنيات رياضية أساسية: خط مستمر، جيبي، سن المنشار، مستطيل،... إلخ. في هذا الدرس سنتطرق إلى التعريف بالإشارات الكهربائية الأساسية و كذا تحويل فوريه.

2. الإشارة

الإشارة هي نقل المعلومات. يمكن أن تكون المعلومات صوتًا، أو صورة، أو مقطع فيديو، أو نصًا، وما إلى ذلك. تحمل الإشارة كمية مادية متغيرة تحتوي على المعلومات التي سيتم إرسالها بين المرسل والمستقبل.

هنالك ثلاث أنواع للإشارة: الكهربائية، المرئية و الصوتية، و تستخدم وسائل متعددة كهربائية و آلية و يدوية لبث الإشارات. وقد طورت بعض النظم الشفرية العالمية مثل إشارات مورس العالمية و الشفرة العلمية الدولية، وهي متشابهة في معظم أنحاء العالم ويمكن فهمها في أي مكان.

1.2. الإشارة الكهربائية

الغرض من الإلكترونيات هو معالجة مكونات الأجهزة (في بعض الأحيان مع تنفيذ البرامج الداخلية) لما يسمى بالإشارات الكهربائية. و الإشارة هي كمية تعتبر تمثيلًا مرضيًا بما فيه الكفاية لكمية مادية معينة وتحمل المعلومات المراد معالجتها. بشكل عام، هي جهد كهربائي، تيار، ولكن يمكن أن تكون أيضًا مجالًا كهربائيًا أو مغناطيسيًا.

2.2. الإشارات المرئية

غالبًا ما تستخدم فيها الأعلام، ففي نظام السيمافور يستخدم علمان يدويان يحملهما المرسل في أوضاع مختلفة ليشمل الحروف الألف بائية، و ليرمز لمعان أخرى متعددة. أما الإشارة برفع العلم فتستخدم فيها الأعلام المعلقة الملونة، و توضع في سوارى السفن و منها ثلاثي الأضلاع و رباعي الأضلاع. و غالبًا ما يبعث البحارة بالرسائل بواسطة رفع العلم حسب الشفرة العلمية الدولية.

3.2. الإشارات الصوتية

ما زال لهذا النوع من الإشارات استخدامات عديدة حتى الآن. و تستخدم و سائل عديدة لبث الإشارات الصوتية منها النواقيس و الأجراس القرصية و المدافع و الأبواق و صافرات الإنذار و الصافرات اليدوية.

3. الشكل الموجي للإشارة

عند إرسال بيانات أو معلومات أو مكالمات بين مرسل و مستقبل فإنها ترسل على هيئة إشارات جهد أو تيار

كهربائي متغيرة زمنيا لنمط متوافق مع هذه البيانات و المعلومات، و تأخذ هذه الإشارات أشكالاً موجية مختلفة، نستعرض فيما يلي الأنواع الشائعة و الأكثر إستخداماً في مجال الإلكترونيات.

1.3. إشارة الجهد المستمر

الجهد المستمر هو جهد ثابت بقيمة معينة و يستمر بنفس القيمة بمرور الزمن و يمثل بالشكل (1.1)، و يتولد الجهد المستمر من خلال مولد الجهد المستمر أو بطارية ، و الجهد المستمر ليس له تردد أي أن تردده يساوي صفراً.



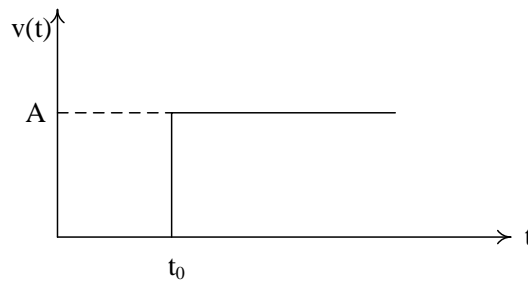
الشكل 1.1: إشارة الجهد المستمر

و يمكن التعبير عنه رياضياً بالمعادلة الآتية:

$$v(t) = V \quad (1.1)$$

2.3. دالة الدرجة

سميت إشارة الدرجة بهذا الإسم لأن شكلها يشبه الدرجة كما هو مبين بالشكل (2.1) و هي إشارة تتغير قيمتها من صفر إلى قيمة معينة عند زمن محدد مثل (t_0) و تستمر بعدها هذه القيمة ثابتة و يمكن أن يأخذ هذا الزمن المحدد (t_0) أي قيمة.



الشكل 2.1: إشارة الدرجة

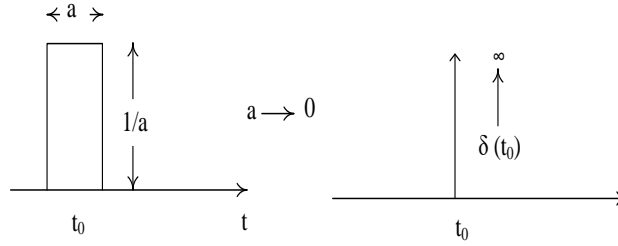
و مثال لإشارة الدرجة، الجهد أو التيار الناتج بتوصيل بطارية إلى مقاومة عن طريق مفتاح، و قفل المفتاح يحدد وقت بدء الدرجة (t_0) .

ويمكن التعبير عن هذه الإشارة بدلالة الدرجة $v(t)$ كما يلي:

$$\begin{cases} v(t) = A & t \geq t_0 \\ v(t) = 0 & t < t_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

3.3. دالة الومضة

إشارة الومضة هي عبارة عن نبضة تحدث في زمن متناهي يصل في نهاية المطاف إلى الصفر ولها إتساع عالي جدا يصل في نهاية المطاف إلى ما لا نهاية و مساحة هذه الومضة تساوي واحد, و يوضح الشكل (3.1) تصورا لكيفية نشوء دالة الومضة من خلال نبضة.



الشكل 3.1: دالة الومضة و نشوئها من خلال نبضة

و يمكن التعبير رياضيا عن دالة الموجة كما يلي:

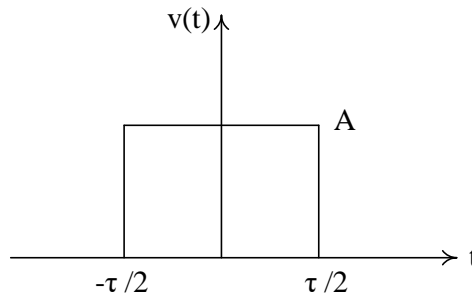
$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & t \neq t_0 \\ \delta(t) = \infty & t = t_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

4.3. إشارة نبضية

تمثل الإشارة النبضية كما يلي:

$$\begin{cases} v(t) = A & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ v(t) = 0 & -\tau/2 > t > \tau/2 \end{cases} \quad (4.1)$$

حيث أن A هي إتساع النبضة و τ هي زمن النبضة و يكون الشكل الموجي لهذه كما هو موضح بالشكل (4.1).



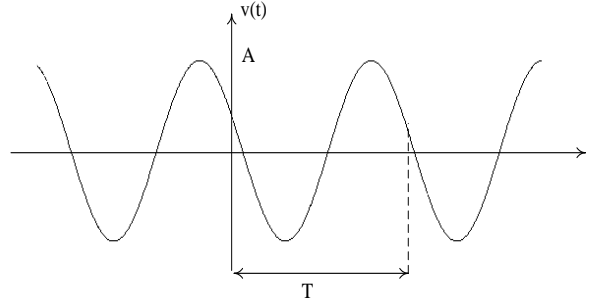
الشكل 4.1: إشارة نبضية

5.3. إشارة جيبية

تمثل الإشارة الجيبية بالمعادلة الآتية:

$$v(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (5.1)$$

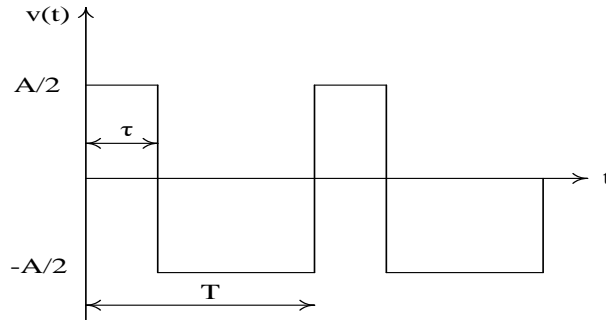
حيث أن A هي السعة القصوى، ω النبض، t الزمن و ϕ زاوية الطور. الشكل الموجي لهذه الإشارة موضح بالشكل (5.1).



الشكل 5.1: إشارة جيبية

6.3. إشارة مستطيلة

الإشارة المستطيلة هي إشارة دورية ذات نبضات بشكل مستطيل أو مربع يتم التحكم في شكلها بواسطة سعة النبض A و مدتها τ و زمن الدورة T ، كما هو مبين في الشكل (6.1).



الشكل 6.1: إشارة مستطيلة

ويمكن التعبير رياضياً عن الإشارة المستطيلة المبينة كما يلي:

$$\begin{cases} v(t) = \frac{A}{2} & 0 < t < \tau \\ v(t) = -\frac{A}{2} & \tau \leq t < T \end{cases} \quad (6.1)$$

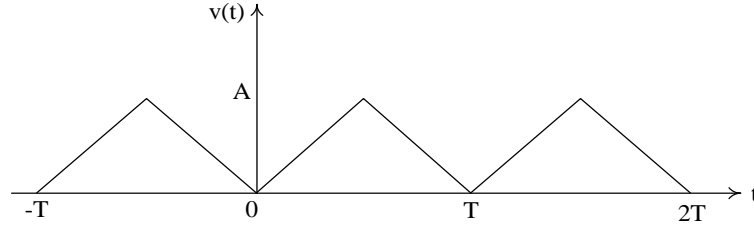
و أن:

$$v(t \pm T) = v(t) \quad (7.1)$$

و تتحول إلى إشارة مربعة عندما تكون $\tau = \frac{T}{2}$.

7.3. إشارة مثلثية

الإشارة المثلثية يمكن أن تأخذ عدة أشكال منها المبين بالشكل (7.1).

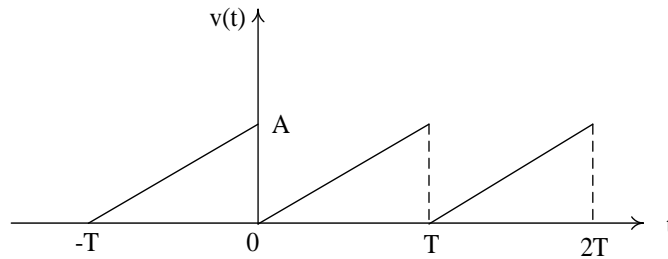


الشكل 7.1: إشارة مثلثية

التعبير الرياضي لها هو:

$$\begin{cases} v(t) = \frac{2A}{T}t & 0 < t \leq T/2 \\ v(t) = \frac{2A}{T}(T-t) & T/2 \leq t < T \end{cases} \quad (8.1)$$

والشكل الأخر للإشارة المثلثية هو شكل سن المنشار المبين بالشكل (8.1).



الشكل 8.1: إشارة مثلثية سن المنشار

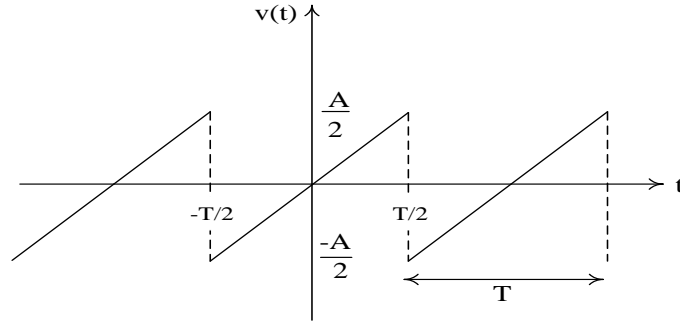
ويمثل رياضياً بالمعادلة الآتية:

$$v(t) = \frac{A}{T}t \quad 0 \leq t \leq T \quad (9.1)$$

و يمكن للإشارة المثلثية أن تأخذ شكلاً آخر كما هو مبين في الشكل (9.1).

و تمثل رياضياً بالمعادلة الآتية:

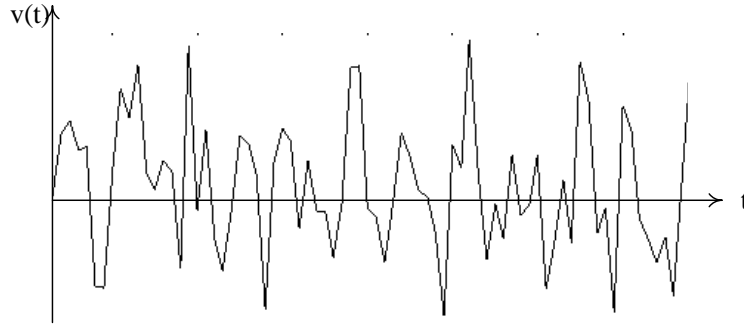
$$v(t) = \frac{A}{T}t \quad -T/2 < t \leq T/2 \quad (10.1)$$



الشكل 9.1: إشارة مثلثية

8.3. إشارة عشوائية

الشكل الموجي للإشارة العشوائية يأخذ شكلا عشوائيا وفق مصدر هذه الإشارة و خصائصها، الشكل (10.1) يبين شكل إشارة عشوائية.



الشكل 10.1: إشارة عشوائية

بلنسبة للتمثيل الرياضي للإشارة العشوائية فلا توجد معادلة محددة للتعبير عن هذه الإشارة، و التعبير الرياضي و بعض العوامل المستخدمة لتمثيل الإشارة العشوائية هو دالة كثافة الإحتمال و مشتقاتها و القيمة المتوقعة، و متوسط مربع القيمة و معامل التشتت القياسي و غيرها.

4. تصنيف الإشارات

تعتمد الطرق المختارة لتمثيل و تصنيف الإشارات على نوع الإشارة المستخدمة و نوعية الإستخدام، و نقدم في هذا الجزء بعض التصنيفات الهامة و الأكثر إستخداما في مجال الإلكترونيات.

1.4. إشارات دورية و إشارات غير دورية

الإشارة الدورية هي التي تعيد نفسها بعد كل فترة زمنية ثابتة، ولذلك فالإشارة $v(t)$ هي دورية إذا وجد عدد بقيمة T من زمن الذي يحقق المعادلة (7.1) و أصغر عدد موجب T الذي يحقق المعادلة (7.1) يسمى الدور و الذي يحدد مدة دورة واحدة للإشارة $v(t)$. والإشارات التي لا يمكن إيجاد قيمة للعدد T الذي يحقق المعادلة (7.1) تسمى إشارات غير دورية.

2.4. إشارات محددة و إشارات عشوائية

الإشارة المحددة هي التي لا يوجد شك أو غموض في قيمتها و في كل الحالات تقريبا يمكن التعبير بوضوح عن هذه الإشارات. و الإشارة العشوائية هي الإشارة التي يوجد غموض و عدم التأكد من شكلها قبل حدوثها.

3.4. إشارات طاقية و إشارات قدرة

إشارة طاقية هي إشارة تشبه النبضة من حيث أنها تحدث لفترة زمنية محدودة، و حتى لو حدثت لفترات زمنية طويلة و لا نهائية فإن الجزء الأكبر من طاقتها تتركز في فترة زمنية محدودة. بالنسبة للمنظومات الكهربائية فالإشارة هي عبارة عن جهد $e(t)$ أو تيار $i(t)$ و عليه تكون القدرة اللحظية المبددة في المقاومة R هي:

$$\begin{cases} P = |e(t)|^2 / R \\ P = |i(t)|^2 \cdot R \end{cases} \quad (11.1)$$

و في كل لحظة فإن القدرة اللحظية تتناسب مع مربع مقدار الإشارة، و من المعتاد عند تحليل الإشارات أن نتكلم عن القدرة اللحظية للإشارة $v(t)$ بغض النظر عن أنها تمثل جهدا أو تيارا، و يتم هذا بإفتراض أن الحمل هو مقاومة تساوي واحد أوم، و عليه:

$$P = |v(t)|^2 \quad (12.1)$$

و بإعتبار هذا الإفتراض فإن الطاقة المبددة من قبل الإشارة خلال الفترة الزمنية (t_1, t_2) هي:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)|^2 dt \quad (13.1)$$

و تعرف الإشارة الطاقية بأنها التي تجعل حل المعادلة (13.1) قيمة محددة حتى لو أصبحت الفترة الزمنية طويلة أو لا نهائية، أي عندما يكون:

$$\int_{t_1}^{t_2} |v(t)|^2 dt < \infty \quad (14.1)$$

و يكون متوسط القدرة المبددة من قبل الإشارة $v(t)$ خلال المدة الزمنية (t_1, t_2) كالآتي:

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |v(t)|^2 dt \quad (15.1)$$

و تسمى الإشارة $v(t)$ إشارة قدرة إذا بقي متوسط القدرة المبين في المعادلة (15.1) قيمة محددة غير صفرية

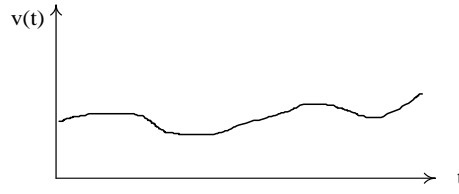
عندما تصبح الفترة الزمنية لا نهائية، أي إذا تحقق الآتي:

$$0 < \frac{1}{T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |v(t)|^2 dt < \infty \quad (16.1)$$

و تعتبر الإشارة الدورية إشارة قدرة عندما يكون مقدار طاقتها محدد خلال دورة واحدة.

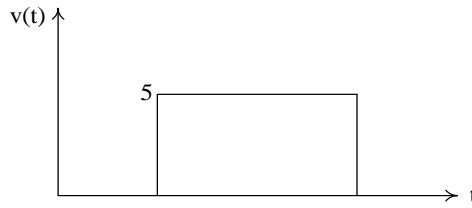
4.4. إشارات تماثلية و إشارات رقمية

الإشارات التماثلية هي إشارات متواصلة في قيمها خلال فترة زمنية محدودة أو فترة زمنية متواصلة كما هو مبين في الشكل (11.1)، فالإشارة الجيبية مثلا تعتبر إشارة تماثلية وكذلك إشارة النبضة التي يمكن أن تأخذ سعتها أي قيمة تعتبر نبضة تماثلية.

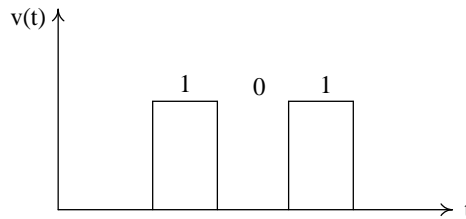


الشكل 11.1: إشارة تماثلية

و بالنسبة للإشارات الرقمية فهي الإشارات التي يمكن أن تأخذ سعتها خلال فترة زمنية معينة قيمة واحدة من مجموعة القيم المحددة لها، و كل هذه القيم يمكن التعبير عنها رقميا بأعداد ثنائية أو ثلاثية أو غيرها، فمثلا الإشارة الرقمية الثنائية خلال فترة زمنية معينة تعبر عن إحدى قيمتين هما (0 أو 1)، و بناء عليه يمكن تحويل أي نبضة أو سعة محددة إلى عدد من النبضات الرقمية الثنائية كما هو موضح في الشكلين (12.1)، (13.1).



الشكل 12.1: إشارة نبضة ذات سعة محددة



الشكل 13.1: إشارة رقمية لنبضة

5. تحويلات فوريه**1.5. نشر فوريه**

نشر فوريه هو أداة رياضية نستطيع بواسطته تحليل الإشارة و التعرف على خصائصها في المجال الترددي .

1.1.5. فكرة عامة

الفكرة الأساسية لنشر فوريه هي أنه يمكن تمثيل أي دالة زمنية تتحقق فيها شروط ديرشليه، خلال فترة زمنية T ، بواسطة نشر لدالة أساسية، وهذه الدالة الأساسية يمكن أن تكون دالة جيبية أو دالة أسية أو غيرها، و شروط ديرشليه المطلوب تحقيقها هي:

- أن تكون الدالة $v(t)$ ذات قيمة مفردة خلال الفترة الزمنية T .
- أن تكون للدالة $v(t)$ عددا محددًا من نقاط إنقطاع الإتصال المفاجئ خلال الفترة T .
- أن تكون للدالة عددا محددًا من النهايات العظمى و الدنيا خلال الفترة الزمنية T أي أن يكون:

$$\int_{t_1}^{t_1+T} |v(t)| dt < \infty \quad (1.17)$$

ولحسن الحظ فالدالة الرياضية لكل الإشارات التي يمكن توليدها و تحقيقها عمليا على الطبيعة تحقق شروط ديرشليه خلال أي فترة زمنية، و لذلك يمكن تمثيلها بواسطة نشر فوريه.

و سنتناول فيمايلي نشر فوريه الجيبي و تحويل فوريه الأسّي.

2.1.5. نشر فوريه الجيبي

نشر فوريه الجيبي هو أداة لتمثيل أي أداة دورية $v(t)$ و التي لها دورة أساسية T_0 بواسطة جمع عدد لا نهائي من الدوال الجيبية كمايلي:

$$v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi n f_0 t) \quad (1.18)$$

حيث أن: f_0 هو التردد الأساسي للدالة و أن A_0 هي القيمة المتوسطة للإشارة أو الدالة $v(t)$. وتسمى B_n ، A_0 ، A_n معاملات فوريه و تحسب قيمتها كما يلي:

$$A_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) dt \quad (1.19)$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad n=1, 2, \dots, \infty \quad (1.20)$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad n=1, 2, \dots, \infty \quad (1.21)$$

و بمقارنة المعادلة (1.19) و المعادلة (1.20) نجد أن:

$$A_0 = \frac{A_n}{2} |_{n=0}$$

مما يوفر حساب المعادلة (1.19).

يمكن تبسيط الجهد المطلوب لحساب معاملات فوريه بإستخدام إعتبارات التناظر للإشارة فكل إشارة أو دالة رياضية حقيقية $v(t)$ يمكن التعبير عنها بمجموع جزئين أحدهما زوجي $v_e(t)$ و الآخر فردي $v_o(t)$ كما يلي:

$$v(t) = v_e(t) + v_o(t) \quad (1.22)$$

و العلاقات المهمة بالنسبة للدالة الزوجية و الدالة الفردية هي:

$$v_e(-t) = v_e(t)$$

$$v_o(-t) = -v_o(t)$$

و عليه يمكن إختصار تكامل الدالة الزوجية $v_e(t)$ و الدالة الفردية $v_o(t)$ كما يلي:

$$\int_{-\tau}^{\tau} v_e(t) dt = 2 \int_0^{\tau} v_e(t) dt \quad (1.23)$$

$$\int_{-\tau}^{\tau} v_o(t) dt = 0 \quad (1.24)$$

و بإستخدام هذه العلاقات فإنه يمكن حساب معاملات فوريه للدالة الزوجية و الدالة الفردية كما يلي :

في حالة الدالة الزوجية تحسب معاملات فوريه كالتالي:

$$A_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T/2} v_e(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad (1.25)$$

$$B_n = 0$$

و بذلك يصبح تحليل فوريه لدالة الزوجية كالتالي:

$$v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t) \quad (1.26)$$

و في حالة الدالة الفردية تحسي معاملات فوريه كالتالي:

$$A_n = 0$$

$$B_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} v_0(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad (1.27)$$

و بذلك يصبح تحليل للدالة الفردية كالتالي:

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi n f_0 t) \quad (1.28)$$

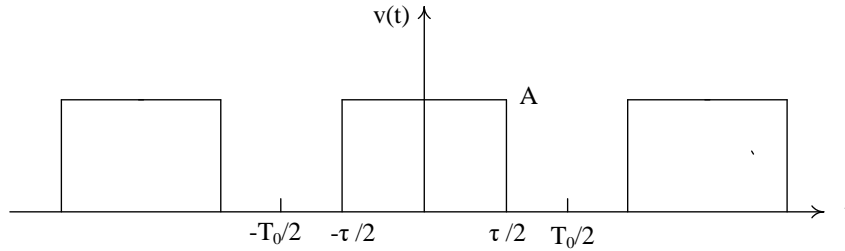
ويمكن إيجاد الجزء الزوجي $v_e(t)$ للدالة $v(t)$ و الجزء الفردي لها $v_o(t)$ من المعادلة (1.22) بإستخدام العلاقات الآتية:

$$v_e(t) = \frac{1}{2}(v(t) + v(-t)) \quad (1.29)$$

$$v_o(t) = \frac{1}{2}(v(t) - v(-t)) \quad (1.30)$$

مثال:

أوجد نشر فوريه لسلسلة نبضات دورية تحدث لفترة τ من الزمن (الشكل (14.1)).



الشكل 14.1: إشارة سلسلة نبضات

نبدأ كتابة الصيغة الرياضية لنشر فوريه كالتالي:

$$v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi n f_0 t)$$

نستطيع حساب معاملات فوريه بإستخدام المعادلات السابقة كالتالي:

$$A_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A dt = \frac{A\tau}{T_0}$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt = \frac{2}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cos(2\pi n f_0 t) dt$$

$$A_n = \frac{2A\tau}{T_0} \cdot \frac{\sin(\pi n f_0 \tau)}{\pi n f_0 \tau}$$

و كذلك:

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt = \frac{2}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \sin(2\pi n f_0 t) dt = 0$$

و بذلك يكون نشر فوريه للإشارة كالتالي:

$$v(t) = \frac{A\tau}{T_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A\tau}{T_0} \cdot \frac{\sin(\pi n f_0 \tau)}{\pi n f_0 \tau} \cdot \cos(2\pi n f_0 t)$$

3.1.5. نشر فوريه الأسّي

يعتبر نشر فوري الأسّي طريقة سهلة و مبسطة لتمثيل دالة ما خلال فترة زمنية T_0 و الصيغة الرياضية لها هي كالتالي:

$$v(t) = C_n \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{jn2\pi f_0 t} \quad (1.31)$$

حيث أن C_n تحسب كالتالي:

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) e^{-jn2\pi f_0 t} dt \quad (1.32)$$

4.1.5. إستخدامات نشر فوريه

نستخدم تحليل فوريه لغرض:

- تحويل إشارة دورية مهما تكن معقدة الشكل إلى مجموعة إشارات جيبية معروفة يسهل التعامل معها بمفردها أو عند تحليل المنظومات التي تكون هذه الإشارة مدخلا لها.
- التعامل مع أي إشارة دورية بمنظار ترددي أي أننا نستطيع أن نرى التوزيع الطيفي الترددي لهذه الإشارة كما نراها بجهاز التحليل الطيفي للإشارة و بالتالي نحدد النطاق الترددي الذي تتركز به طاقة هذه الإشارة و الذي يحدد بالتالي خصائص الدوائر أو المرشحات أو المنظومات المتعاملة مع هذه الإشارات.

➤ التعرف على مركبات الأساسية لأي إشارة و إنتقاء المناسب منها للتطبيقات و الإستخدامات المختلفة مثل مضاعف الترددات.

2.5. تحويل فوريه لدالة

تحليل فوريه يستعمل أيضا للدوال اللادورية. و في هذه الحالة نقوم بحساب ما يسمى بتحويل فوريه للدالة.

لتكن دالة لا دورية، تحويل فوريه لهذه الدالة يؤدي إلى دالة جديدة $F[f(x)]$ و تحسب من خلال التكامل الآتي:

$$F[f(x)] = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-j2\pi rx} dx \quad (1.33)$$

الدارات الكهربائية و قوانين كيرشوف

1. مفاهيم كهربائية

قبل الدخول في هذا الدرس، يجدر بنا التذكير ببعض المفاهيم الكهربائية.

1.1. شدة التيار الكهربائي

يقصد بالتيار الكهربائي سريان شحنة كهربائية في اتجاه ما تحت تأثير قوة المجال الكهربائي. كما أنه يوجد نوعان من الشحنة الكهربائية، شحنة موجبة (شحنة البرتون) و شحنة سالبة (شحنة الإلكترون)، و سريان شحنة موجبة في اتجاه ما يكافئ سريان شحنة سالبة متساوية في المقدار و معاكسة في الاتجاه. و ذلك لأن إنتقال شحنة سالبة من مكان ما يترك وراءه نقصاً في الشحنة السالبة أي زيادة مساوية في الشحنة الموجبة. ولقد أُصطلح على إعتبار إتجاه التيار الكهربائي بأنه هو إتجاه سريان الشحنة الموجبة، أي إن إتجاه التيار في هذه الحالة هو عكس إتجاه سريان الإلكترونات الحرة.

و تعرف شدة التيار الكهربائي المار في موصل عبر مقطع ما بأنها كمية الشحنة الموجبة (أو ما يكافئها من الشحنة السالبة) التي تعبر هذا المقطع في الثانية الواحدة. و يرمز لشدة التيار الكهربائي بالرمز I و الشحنة بالرمز Q و الزمن بالرمز t و عليه فإن شدة التيار تعطى بالمعادلة:

$$I = \frac{dQ}{dt} \text{ (C/s)} \quad (1.2)$$

وحدة التيار هي الأمبير أي أن: $1 \text{ Ampere} = \text{Coulomb/second}$

2.1. الجهد الكهربائي

يعبر الجهد الكهربائي عن الطاقة اللازمة لتحريك الإلكترونات في العناصر و دفعها من القطب السالب إلى القطب الموجب، و يطلق عليه أيضاً الفولطية والقوة الدافعة الكهربائية و يقاس بوحدة الفولط والتي تعبر عن كمية الشغل المبذول لنقل شحنة كهربائية تساوي 1 كولوم بين نقطتين. و يمكن تحويل الطاقة الكهربائية إلى أشكال أخرى من الطاقة: كالطاقة الحرارية والضوئية والحركية؛ وذلك بسبب حركة الإلكترونات وانتقالها بين الأقطاب.

3.1. القدرة الكهربائية

هي معدل تحول الطاقة الكهربائية إلى أشكال أخرى (ميكانيكية، حرارية، ضوئية) وهي حاصل ضرب ناتج شدة التيار و فرق الجهد.

2. عناصر الدارة الكهربائية

تتكون الدارة الكهربائية من عناصر نشطة و أخرى خاملة. إذا كانت هذه العناصر الخاملة تستهلك كل الطاقة فهي مقاومات R، أما إذا كانت تخزن الطاقة على شكل حقل مغناطيسي فهي ذاتيات L، وإذا كانت تخزنها على شكل حقل كهربائي فهي سعيات C. بعض العناصر لها أكثر من خاصية (مثلا، يمكن للمكثفة أن تكون لها سعة وفي نفس الوقت مقاومة داخلية). العناصر التي ليس لها إلا خاصية واحدة تسمى بالعناصر الصرفة.

1.2. العناصر الخاملة

العناصر الخاملة لا تكون مقطبة حتى يمر بها التيار. وعندما يمر بها هذا الأخير، فإنه يدخلها من النقطة التي يكون كمونها الأكبر ويغادرها من النقطة التي يكون كمونها الأصغر.

1.1.2. أجهزة الإستقبال

هي أجهزة تستهلك الطاقة عند مرور التيار بها ويكون لها عندئذ جهد بين قطبيها يسمى بالقوة الكهرومحرركة المضادة.

2.1.2. المقاومات

يمر التيار الكهربائي نتيجة تحرك الشحنات الكهربائية، و هذه الشحنات المتحركة تلقى معارضة للحركة نتيجة لتصادمها مع ذرات و أيونات الوسط الذي تتحرك فيه. و يطلق على هذه المعارضة بالمقاومة و يسمى الوسط الذي تحدث فيه هذه المقاومة بالوسط المقاوم. و يرمز لها بالرمز R. إذن المقاومة هي عنصر كهربائي له خاصية أساسية هي مقاومة تدفق التيار الكهربائي عبرها.

و تعرف المقاومة بأنها ناتج قسمة فرق الجهد المسلط بين طرفي المقاومة على شدة التيار المار، أي أن:

$$R = \frac{V}{I} \quad (\text{Volt/Ampere}) \quad (2.2)$$

وحدة المقاومة هي Volt/Ampere و يطلق عليها أوم (Ω). و تعرف المعادلة (2.2) بقانون أوم. وتمثل المقاومة بأحد الرمزين المبينين في الشكل (1.2).



الشكل 1.2: تمثيل المقاومة

1.2.1.2. أنواع المقاومات

نظرا لكثرة إستخدام المقاومات في الدوائر الكهربائية و الإلكترونية فهناك أنواع مختلفة للمقاومات كل منها

تناسب طبيعة عمل معينة و لكن كلها تقوم بدور المقاومة في الدائرة و يتم تقسيم المقاومات إلى نوعين رئيسيين وهما المقاومات الثابتة و المقاومات المتغيرة.

المقاومات الثابتة

وهي المقاومات التي لها قيمة محددة ولا يمكن أن تتغير هذه القيمة و لها أشكال و أنواع عديدة نذكر منها:

المقاومة الكربونية

هي أكثر المقاومات الشائعة المستخدمة في الدارات الإلكترونية حيث تصنع المادة المقاومة فيها من الكربون الملفوف حول حامل معدني من السيراميك. لذا سميت بالمقاومة الكربونية. يتم تحديد قيمة المقاومة الكربونية عن طريق الحلقات الملونة المحاطة بها، إذ تشكل كل منها قيمة معينة حسب الجدول المدرج بالأسفل.

فضي أخضر برتقالي أحمر



الشكل 2.2: مقاومة كربونية

اللون	الشريط 1 الرقم 1	الشريط 2 الرقم 2	الشريط 3 المعامل	الشريط 4 الارتياب
فضي			10^{-2}	$\pm 10\%$
ذهبي			10^{-1}	$\pm 5\%$
أسود		0	1	
بنّي	1	1	10	$\pm 1\%$
أحمر	2	2	10^2	$\pm 2\%$
برتقالي	3	3	10^3	
أصفر	4	4	10^4	
أخضر	5	5	10^5	
أزرق	6	6	10^6	
بنفسجي	7	7	10^7	
رمادي	8	8	10^8	
أبيض	9	9	10^9	
لا شيء				$\pm 20\%$

الجدول (2.1): لغة الألوان المستعملة لتحديد قيمة مقاومة كربونية

نأخذ مقاومة الشكل (2.2) كمثال، اللون الأول الأحمر يمثل رقم العشرات وهو 2، اللون الثاني البرتقالي يمثل رقم الوحدات وهو 3، إذن هذان الرقمين يشكلان العدد 23، اللون الثالث الأخضر يمثل المعامل وهو 10^5 ، إذا أصبح لدينا الآن العدد $23 \times 10^5 = 2300000$. اللون الرابع الفضي يمثل الارتفاع وهو 10% من العدد السابق أي يساوي 230000. إذن مقاومتنا قيمتها: $R = (2300 \pm 230) \text{ k}\Omega$.

المقاومة السلكية

تتكون المقاومة السلكية من سلك معدني ذو طول و مساحة مقطع مناسبين ملفوف حول إسطوانة عازلة (غالباً من السيراميك). و تصنع هذه المقاومات من مواد لها مقاومة نوعية عالية مثل المنجانيق و الكونستانتان.

المقاومة الغشائية

يتطلب تصميم المقاومات الغشائية نثر غشاء متجانس من مادة ذات مقاومة حول سطح قضيب أسطواني و يمكن زيادة مقاومته بعمل قطع لولبي في هذا الغشاء. و هي مقاومات يتواجد منها ثلاث أنواع و هي مقاومة الأكسيد المعدني، مقاومة الغشاء الكربوني و مقاومة الغشاء المعدني.

المقاومات المتغيرة القيمة

وهي المقاومات التي يمكن التحكم في قيمتها الأومية أي أنها صممت ليتمكن تغيير قيمتها يدوياً أو عندما تكون في ظرف معين مثل تغيير درجة الحرارة أو التعرض للضوء و نذكر منها:

المقاومة المتغيرة

و يطلق عليها المقاومة الإنزلاقية سواء كانت إنزلاقية دورانية أو خطية و هي تحتوي من الداخل على محور و مقاومة كاربونية و بها ثلاث أطراف بين الطرفين الأول و الأخير مقاومة ثابتة و الطرف الأوسط هو المنزلق الذي يمكن من خلاله التحكم و التغيير في قيمة المقاومة التي أريدها سواء كانت كبيرة أو صغيرة بمعنى أن المقاومة بين الطرفين الأوسط و الطرفين الآخرين مقاومة متغيرة.

المقاومات الحرارية

و هي مقاومات تتغير قيمتها ذاتياً طبقاً لتعرضها لدرجة الحرارة و بالتالي تستخدم كحساس حراري و يوجد منها أنواع فمنها من تتغير قيمتها الأومية بالزيادة عند ارتفاع درجة الحرارة و منها من يتغير بالنقصان عند ارتفاع درجة الحرارة.

المقاومات الضوئية

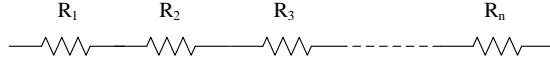
و هي مقاومة تتغير قيمتها بحسب كمية الضوء المسلط عليها بمعنى أن قيمتها تتغير ذاتياً و تستخدم حساس للضوء حيث تزيد قيمتها الأومية في الظلام و تنقص عند التعرض للضوء.

2.2.1.2. ربط المقاومات

يمكن توصيل المقاومات على التسلسل أو التوازي للوصول إلى قيمة مقاومة محددة مطلوبة في دارة ما.

ربط المقاومات على التسلسل

توصل المقاومات بطريقة متسلسلة بحيث يكون التيار المار في كافة المقاومات متساويا، أما المقاومة المكافئة فتكون مجموع قيمة المقاومات الموصولة على التسلسل.

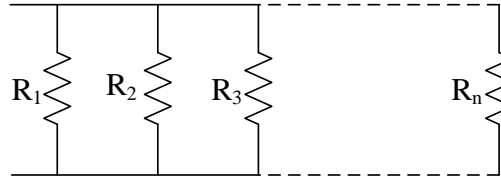


الشكل 3.2: مقاومات موصولة على التسلسل

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_2 + \dots + R_n \quad (3.2)$$

ربط المقاومات على توازي

وهنا يوصل أحد طرفي المقاومات إلى نقطة واحدة والطرف الآخر إلى نقطة أخرى بحيث يطبق على كافة المقاومات جهد واحد، بينما يتوزع التيار المار في الدارة على المقاومات، أما المقاومة الكلية فتحسب من مجموع مقلوب قيمة كل مقاومة من المقاومات الموصولة على التوازي .

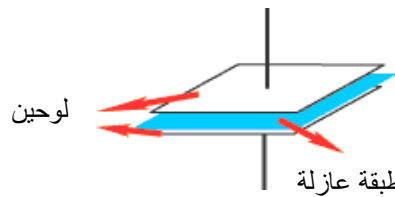


الشكل 4.2: مقاومات موصولة على التوازي

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (4.2)$$

3.1.2. المكثفات

المكثفة هي عنصر كهربائي يستعمل لتخزين الطاقة الكهربائية بفعل الإجهاد الكهروستاتيكي في المادة العازلة . و يتكون المكثف الكهربائي من لوحين من مادة موصلة بينهما مادة عازلة يطلق عليها اسم العازل الكهربائي (الشكل 5.2).



الشكل 5.2: مكثفة متكونة من لوحين متوازيين

1.3.1.2. سعة المكثفة

تعرف سعة المكثفة بقدرتها على تخزين الطاقة الكهربائية عند فرق جهد معين بين سطحيه. وهي تعرف أيضا بقدره المكثفة على تخزين الشحنة الكهربائية عند فرق جهد معين. تقاس سعة المكثفة بوحدة تسمى الفاراد، (F) فإذا اكتسب أحد اللوحين في مكثفة شحنة مقدارها Q كولوم، مما يؤدي إلى جعل فرق الجهد بين طرفيه V فولت فإنه حسب التعريف السابق تصبح قيمة السعة C بلفاراد عبارة عن:

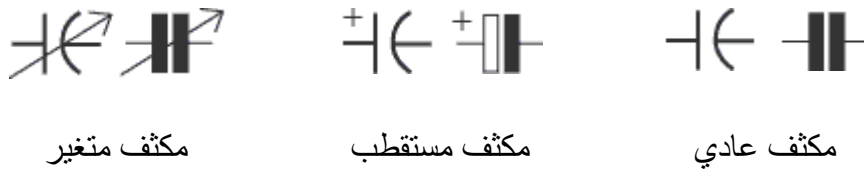
$$C = \frac{Q}{V} \quad (F=\text{Coulomb/Volt}) \quad (5.2)$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_r \times S}{d} \quad (6.2)$$

حيث أن S هي المساحة، d هي المسافة بين اللوحين، ϵ_r معامل السماحية النسبية للعازل، ϵ_0 معامل سماحيه الفراغ.

ويكون تعريف الفاراد في هذه الحالة أنه سعة المكثفة التي يصبح فرق الجهد بين لوحيه فولتا واحدا عندما يكتسب شحنة تساوي كولوم واحد. و الفاراد يعتبر وحدة كبيرة جدا من الناحية العلمية و لذلك يستعمل عادة الميكروفاراد (μF) في تحديد قيمة السعة.

الشكل (6.2) يوضح رموز أنواع المكثفات.



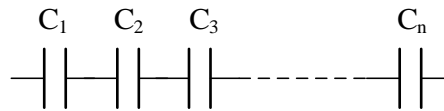
الشكل 6.2: رموز أنواع المكثفات

2.3.1.2. توصيل المكثفات

توصل المكثفات إما على التسلسل أو التوازي للحصول على قيمة معينة من السعة كما يلي:

توصيل المكثفات على التسلسل

توصل المكثفات على تسلسل للحصول على سعة كلية صغيرة أقل من أصغر مكثفة موجودة في الدائرة. و توصيل المكثفات على تسلسل يعاكس توصيل المقاومات على التسلسل، أما بالنسبة للجهد فإنه يتجزأ أيضا.

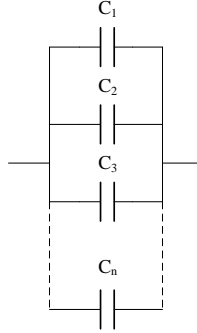


الشكل 7.2: مكثفات موصلة على التسلسل

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (7.2)$$

توصيل المكثفات على توازي

إن الهدف من توصيل المكثفات على توازي هو الحصول على سعة كلية كبيرة تساوي مجموع سعة المكثفات المتصلة على التوازي في الدائرة الشكل (8.2).



الشكل 8.2: مكثفات موصلة على التوازي

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \quad (2.8)$$

4.1.2. الوشائع

الوشيجة هي عنصر كهربائي يخزن الطاقة المغناطيسية و يمكنه تحريرها في وقت لاحق. إذ ينتج عن مرور التيار في سلك نشوء حقل مغناطيسي حوله، و عندما يلف السلك على شكل وشيجة فإن الحقل المغناطيسي يزداد قوة.

نعرف الذاتية L التي وحدتها الهنري (H) النسبة بين التدفق المغناطيسي بالفبير (Wb) و تيار التحريض الذي ينشأ عنه بالأمبير. و يتناسب فرق الكمون $v(t)$ على طرفي وشيجة و مشتق التيار $i(t)$ بالنسبة للزمن:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (9.2)$$

أي أن سلوك الوشيجة يبدو كأنه قصر دائرة ضمن تيار مستمر.



الشكل 9.2: وشيجة ذاتيتها L

الطاقة المخزنة على شكل حقل مغناطيسي هي: $W = LI^2/2$ و يبرهن عليها كمايلي:

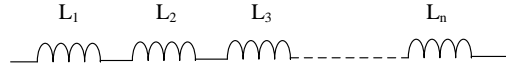
$$W = \int p \, dt = \int V I \, dt = \int L \frac{dI}{dt} I \, dt = \frac{L I^2}{2} \quad (10.2)$$

1.4.1.2. توصيل الوشائع

توصل الوشائع إما على التسلسل أو التوازي للحصول على قيمة معينة كما يلي:

توصيل الوشائع على التسلسل

في الوشائع الموصولة على التسلسل تكون ذاتية الوشائعة المكافئة مساوية لمجموع ذاتيات هذه الوشائع.

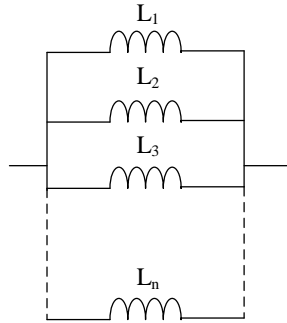


الشكل 10.2: وشائع موصلة على التسلسل

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n \quad (11.2)$$

توصيل الوشائع على توازي

عندما تكون الوشائع موصولة على توازي فإن ذاتية الوشائعة المكافئة تساوي مقلوب مجموع مقاليب ذاتيات هذه الوشائع.



الشكل 11.2: وشائع موصلة على التوازي

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_n} \quad (12.2)$$

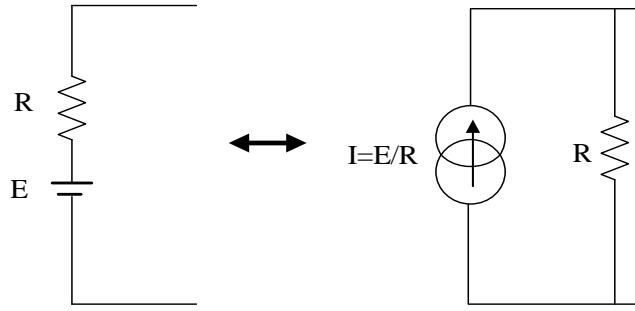
2.2. العناصر النشطة

نخص بالذكر مصادر التيار ومصادر الجهد.

من الناحية المثالية، يكون لمصدر الجهد نفس الجهد الكهربائي بغض النظر عن الحمل الذي يغذيه، ولكن مصادر الجهد الحقيقية لا تخلو من مقاومة داخلية تغير الجهد مع التيار.

من الناحية المثالية يوفر مصدر التيار تيارا كهربائيا بنفس الشدة بغض النظر على حمل الذي يسري فيه التيار، ولكن مصادر التيار الحقيقية لا تخلو من مقاومة داخلية تغير التيار مع الجهد.

هناك تكافؤ بين مصادر التيار الحقيقية ومصادر الجهد الحقيقية كما هو مبين في الشكل الآتي:

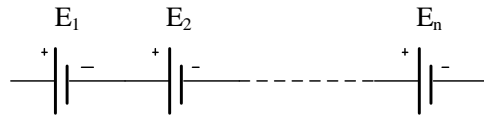


الشكل 12.2: مصدري جهد و تيار متكافئان

حيث وضحنا في الشكل (12.2) كيف يمكن تحويل مصدر الجهد E الذي له مقاومة داخلية R موضوعة معه على التسلسل إلى مصدر تيار I بحيث أن $I = E/R$ والمقاومة الداخلية لمصدر التيار هي نفسها المقاومة الداخلية لمصدر الجهد ولكنها في هذه المرة موضوعة على التفرع.

ربط مصادر الجهد على التسلسل

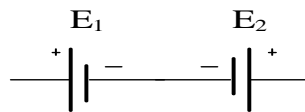
عندما يكون موجودا في الدائرة الكهربائية أكثر من مصدر جهد و إذا كان الجهد الكلي الناتج عبارة عن مجموع مصادر الجهد, في هذه الحالة يكون توصيل هذه المصادر على تسلسل. توصيل مصادر الجهد على التسلسل بأن يكون الطرف الموجب للمصدر الأول متصل مع الطرف السالب للمصدر الثاني الذي يليه ثم الطرف الموجب للمصدر الثاني يكون متصلا مع الطرف السالب للمصدر الذي يليه وهكذا الشكل (13.2).



الشكل 13.2: ربط مصادر جهد على تسلسل

$$E_{eq} = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n \quad (13.2)$$

في بعض الأحيان تكون المصادر متصلة بطريقة عكسية, مثل هذا الترتيب يكون القطب الموجب للمصدر متصلا مع القطب الموجب للمصدر الثاني أو القطب السالب للأول يكون متصلا بالقطب السالب للمصدر الثاني و هكذا و يتضح هذا النوع من التوصيل العكسي في الشكل (14.2).



الشكل 14.2: ربط مصدرين للجهد متعكسين

نجد أن المصدرين E_1 و E_2 متصلان بطريقة عكسية أي أن القطب السالب للمصدر الأول متصل بالقطب سالب للمصدر الثاني، و إذا فرضنا أن اتجاه التيار الناتج من المصدر الأول من الموجب إلى السالب في اتجاه عقارب الساعة. على العكس نجد أن التيار الناتج من المصدر الثاني يمر بعكس اتجاه حركة التيار الخارج من المصدر الأول. و يكون الجهد الناتج عن المصدرين:

$$E_{eq} = E_1 - E_2 \quad (14.2)$$

3. قوانين كيرشوف

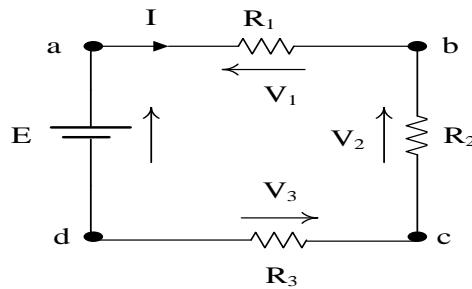
بالرغم من أن قانون أوم يعتبر من أهم القوانين في علوم الكهرباء إلا أنه لا يمكن استخدامه لتحليل الدوائر المعقدة. لذلك قام العالم كيرشوف بوضع قوانينه التي تمكننا من استخدام قانون أوم لحل الدوائر المعقدة.

1.3. قانون كيرشوف للجهد

يعتبر قانون كيرشوف للجهد من القوانين الرئيسية للدارات الكهربائية و ينص على أن المجموع الجبري للجهود في أي دائرة يساوي صفراً. أو بصورة أخرى في أي مسار مغلق يكون جهد المصدر يساوي مجموع الإنخفاض في الجهد على مقاومات المسار المتسلسلة.

يعرف الإنخفاض في الجهد بأنه الجهد المطبق على المقاومات و نتيجة مرور التيار في المقاومات فإنه ينشأ جهد معاكس في القطبية بالنسبة لاتجاه المصدر الرئيسي للدائرة، و بالتالي فإنه يعمل على هبوط جهد المصدر إلى الصفر و هذا ما حققه قانون كيرشوف.

الشكل (15.2) يمثل إحدى الدوائر المغلقة التي تتكون منها الدائرة الكهربائية و التي يراد تطبيق القانون عليها. نبدأ بتطبيق القانون من نقطة معينة ما.



الشكل: 15.2

طبقاً لقانون كيرشوف يجب أن يكون مجموع القوى الدافعة الكهربائية و مجموع مقادير الإنخفاض في الجهد في المقاومات الدائرة المختلفة مساوياً للصفر ابتداءً من النقطة a حتى العودة إليها في اتجاهين، أي الاتجاه الأول a , b , c , d , a يكون:

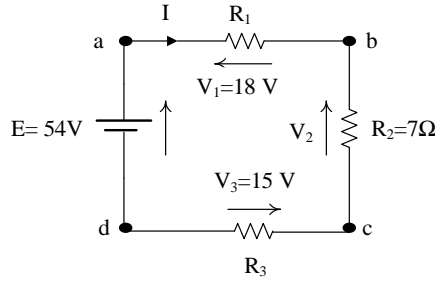
$$-I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 + E = 0$$

أو في الإتجاه a , d , c , b , a يكون:

$$-E + I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 = 0$$

مثال:

للدائرة الموضحة في الشكل (2.16) ، أوجد فرق الجهد V_2 و التيار I و أوجد كذلك قيمة المقاومتين R_1 و R_3 .



الشكل 16.2

الحل:

بتطبيق قانون كيرشوف للجهد نحصل على:

$$E - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

و منه:

$$V_2 = E - V_1 - V_3 = 21V$$

$$I = V_2 / R_2 = 3A$$

$$R_1 = V_1 / I = 6\Omega$$

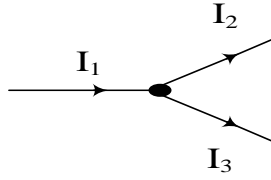
$$R_3 = V_3 / I = 5\Omega$$

2.3. قانون كيرشوف للتيار

ينص هذا القانون على أن المجموع الجبري للتيارات الكهربائية إلى عقدة معينة يساوي مجموع التيارات الخارجة منها. و يقصد بالعقدة في الدائرة الكهربائية النقطة التي تجمع أكثر من فرعين. و كما هو موضح في الشكل (17.2) فإنه طبقاً لقانون كيرشوف للتيار يكون:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

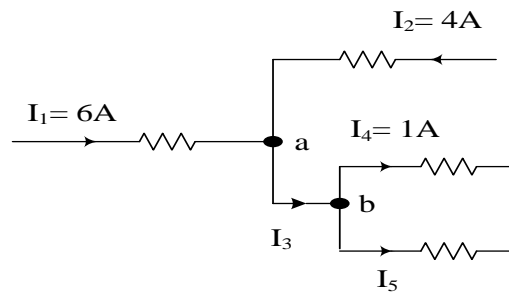
حيث أن التيار I_1 هو التيار الداخل إلى العقدة و التيارات I_2 و I_3 هي التيارات الخارجة منها.



الشكل: 17.2

مثال:

أحسب التيارات I_3 و I_5 في الشكل (18.2) و ذلك بتطبيق قانون كيرشوف للتيار.



الشكل 18.2

الحل:

طبقا لقانون كيرشوف للتيار فإن التيار I_3 عند العقدة a يكون:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 6 + 4 = 10 \text{ A}$$

و كذلك التيار I_5 عند العقدة b نحصل عليه طبقا لنفس القانون, أي أن:

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$10 = 1 + I_5$$

$$I_5 = 9 \text{ A}$$

تحليل الدارات الكهربائية

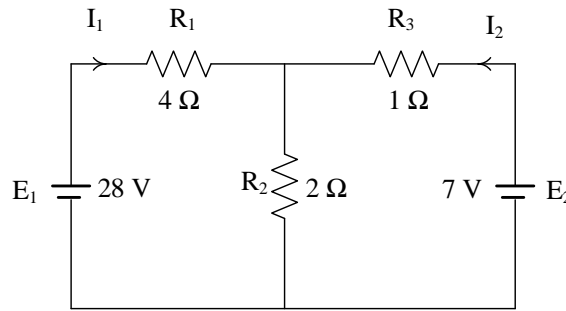
1. مقدمة

يمكن تحليل بعض الدارات الكهربائية باستخدام كل من قانون أوم وكذلك قوانين كيرشوف كما رأينا في الدرس السابق، وهناك نماذج أخرى من الدارات نجد من الصعوبة استخدام هذه القوانين مما يتطلب إيجاد طرق أخرى لتحليل مثل هذه الدارات بغرض تبسيط الدارة، ونستعرض عدد من هذه النظريات خلال هذا الدرس. كما يجدر الإشارة بأن هذه النظريات وطرق التحليل يمكن تطبيقها في دوائر التيار المتردد.

2. طريقة التيارات الوهمية

تعتمد طريقة التيارات الوهمية على قانون كيرشوف للجهد فبدلاً من افتراض وجود تيارات فرعية فإننا نحدد عدد المسارات المغلقة ثم نفترض وجود تيارات حلقية في كل مسار مغلق، ثم بتطبيق قانون كيرشوف للجهد على كل مسار مغلق يتم الحصول على عدد من المعادلات تساوي عدد المسارات وتساوي في نفس الوقت عدد التيارات المفترضة في المسارات المغلقة، وبحل هذه المعادلات يمكن الحصول على قيم التيارات المفترضة التي تعني قيم التيارات في الفروع، ويمكن توضيح ذلك بالمثال التالي:

مثال 1: من الدارة الكهربائية الموضحة في الشكل (1.3) وباستخدام طريقة التيارات الوهمية اوجد قيمة التيارات I_1 و I_2 .



الشكل 1.3

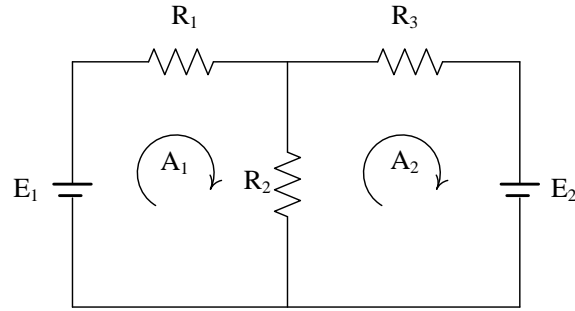
الحل:

نفترض وجود تيارات حلقية في كل حلقة للدائرة في الشكل (1.3) فنأخذ التيارات A_1 و A_2 في الحلقتين ونعدها باتجاه عشوائي الشكل (2.3).

فيما يخص التيار A_1 وحسب قانون كيرشوف للجهد نحصل على المعادلة التالية :

$$R_1 A_1 + R_2 (A_1 - A_2) = E_1$$

$$\begin{aligned}
4A_1 + 2(A_1 - A_2) &= 28 \\
6A_1 - 2A_2 &= 28 \\
3A_1 - A_2 &= 14 \quad (1.3)
\end{aligned}$$



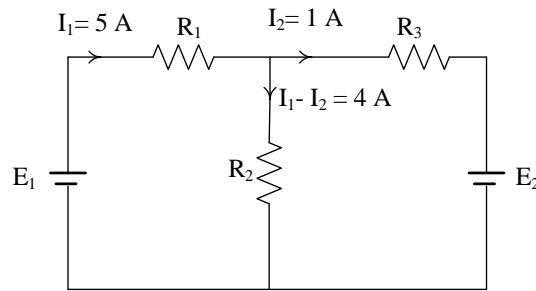
الشكل 2.3

بتطبيق قانون كيرشوف للجهد في مسار التيار A_2 نحصل على المعادلة التالية:

$$\begin{aligned}
R_3A_2 + R_2(A_2 - A_1) &= -E_2 \\
A_2 + 2(A_2 - A_1) &= -7 \\
-2A_1 + 3A_2 &= -7 \quad (2.3)
\end{aligned}$$

ومن المعادلتين (1.3) و (2.3) يمكن إيجاد تيارات الحلقتين في الشكل (2.3) بضرب طرفي المعادلة (1.3) في العدد 3، وبالجمع نستنتج أن: $A_1 = 5 \text{ A}$, $A_2 = 1 \text{ A}$.

الشكل (3.3) يوضح اتجاه التيارات وقيمتها، كما نلاحظ أن اتجاه التيار I_1 هو نفس الإتجاه المعطى في شكل (3.1)، بينما الإتجاه الحقيقي للتيار I_2 هو عكس الإتجاه المعطى في شكل (3.1).



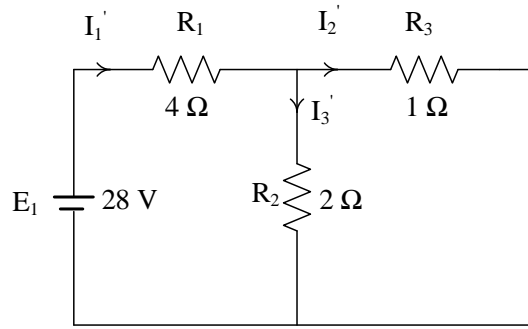
الشكل 3.3

3. نظرية التركيب

تستخدم نظرية التركيب عندما يوجد أكثر من مصدر تغذية سواء كان مصدر جهد أو مصدر تيار أو كلاهما معا. تعتمد نظرية التركيب على إيجاد قيم التيار الكهربائي المار في عنصر ما بإيجاد قيمة عن طريق حاصل

جمع التيارات الكهربائية الناتجة من تغذية الدائرة لكل مصدر على حدى ووضع بقية المصادر خارج الخدمة حيث يتم إستبدالها بمقاومتها الداخلية. مثلا، لنأخذ دائرة الشكل (1.3) السابقة من جديد.

نستعمل نظرية التركيب من أجل إيجاد مختلف التيارات السارية في الدارة، من أجل ذلك، لحساب التيار الناشئ عن المصدر E_1 نحذف المصدر E_2 و ذلك بإستبداله بدارة قصر. وفي هذه الحالة فإن الدارة تأخذ الشكل (4.3).



الشكل 4.3

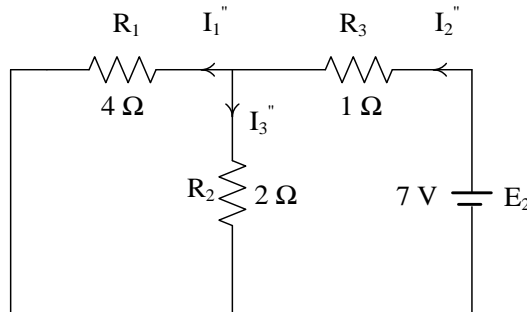
نحسب في المرة الأولى I_1' ، I_2' ، I_3' :

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{28}{4 + \frac{1 \times 2}{2 + 1}} = 6 \text{ A}$$

$$I_2' = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_1' = \frac{2}{2 + 1} 6 = 4 \text{ A}$$

$$I_3' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_1' = \frac{1}{2 + 1} 6 = 2 \text{ A}$$

وبعد ذلك نحذف المصدر E_1 و نبقى المصدر E_2 ، الدائرة الشكل (5.3).



الشكل 5.3

نحسب في المرة الثانية I_1'' ، I_2'' ، I_3'' :

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{7}{1 + \frac{4 \times 2}{6}} = 3 \text{ A}$$

$$I_1'' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_2'' = \frac{2}{4 + 2} 3 = 1 \text{ A}$$

$$I_3'' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_2'' = \frac{4}{4 + 2} 3 = 2$$

و منه:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 6 - 1 = 5 \text{ A}$$

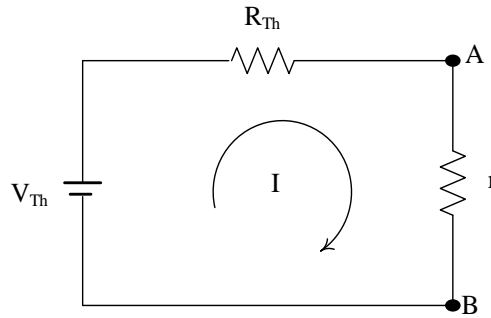
$$I_2 = I_2'' - I_2' = 3 - 4 = -1 \text{ A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 2 + 2 = 4 \text{ A}$$

I_2 سالب يعني أن اتجاهه الحقيقي عكس الإتجاه المختار.

4. نظرية تيفنين

هذه النظرية هامة لأنها تبسط و تختصر أي دارة كهربائية مهما كانت معقدة إلى دائرة مبسطة و تسمى بمكافئ تيفنين. تتيح نظرية تيفنين إستبدال أية مجموعة ثابتة من المولدات و المقاومات الموصولة بثنائي قطب (الحمل الموصول بين A و B) بمصدر جهد V_{Th} موصول على تسلسل مع مقاومة مكافئة R_{Th} كما هو موضح في الشكل (6.3).



الشكل 6.3

ويكون العنصر المراد إيجاد التيار فيه متصل على التوالي مع R_{Th} لتصبح الدارة دائرة بسيطة و يمكن إيجاد التيار I المار في العنصر r و ذلك بإستخدام العلاقة الآتية:

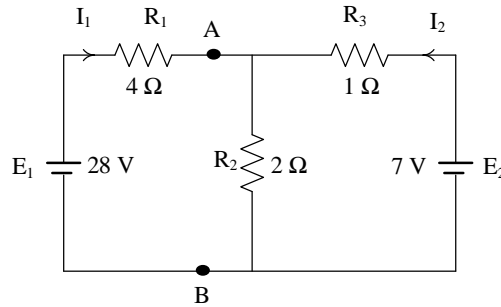
$$I = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + r}$$

لتطبيق نظرية تيفنين نتبع الخطوات التالية:

➤ نحدد العنصر المراد دراسته.

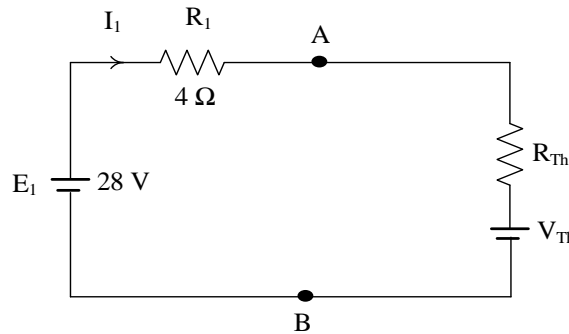
- فصل العنصر المراد دراسته من الدارة، فيتترك مكانه نقطتين A و B و تكون بينهما الدارة مفتوحة.
- نقوم بحساب فرق الكمون بين النقطتين A و B والذي يمثل V_{Th} ، وذلك بإستخدام قوانين كيرشوف أو إحدى النظريات.
- نقوم بحساب المقاومة المكافئة R_{Th} بعد قصر جميع منابع الدارة.
- نقوم بتركيب دارة تيفنين المكافئة و المكونة من الحمل المطلوب دراسته موصولاً على تسلسل مع المنبع V_{Th} و المقاومة R_{Th} .

مثال 2: نريد تطبيق نظرية تيفنين على العناصر الموجودة بين A و B لحساب التيار I_1 الشكل (7.3).



الشكل 7.3

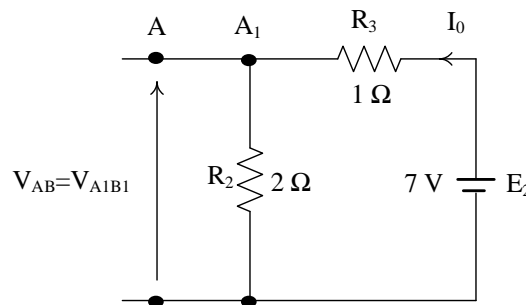
فنحصل على شكل المكافئ التالي:



الشكل 8.3

حساب V_{Th} :

نقوم بفتح الدارة السابقة كما هو مبين الشكل (9.3).



الشكل 9.3

$$I_0 = \frac{E_2}{R_2 + R_3} = \frac{7}{2+1} = \frac{7}{3} \text{ A}$$

ومنه:

$$V_{Th} = V_{A|B} = R_2 I_0 = \frac{14}{3} \text{ V}$$

حساب R_{Th} :بعد قصر E_2 نلاحظ أن R_2 و R_3 على تفرع و منه:

$$R_{Th} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2}{3} \Omega$$

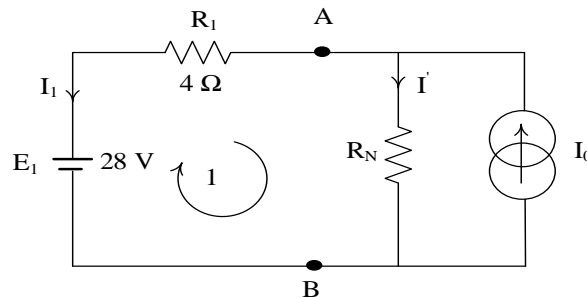
حساب I_1 :بتطبيق قانون أوم على دارة الشكل (8.3) نجد قيمة التيار الحقيقي I_1 :

$$I_1 = \frac{E_1 - V_{Th}}{R_1 + R_{Th}} = \frac{28 - \frac{14}{3}}{4 + \frac{2}{3}} = 5 \text{ A}$$

5. نظرية نورتن

تتيح نظرية نورتن إستبدال أية مجموعة ثابتة من المولدات و المقاومات الموصولة بثنائي قطب (الحمل الموصول بين A و B) بمصدر تيار موصول على تفرع مع المقاومة الداخلية. حيث أن المقاومة الداخلية لمصدر التيار في نظرية نورتن تحسب بنفس الطريقة التي رأيناها في نظرية تيفنين.

مثلا، لنأخذ دارة الشكل (7.3) السابقة من جديد. نطبق نظرية نورتن على العناصر الموجودة بين A و B لحساب التيار I_1 فنحصل على شكل المكافئ التالي:

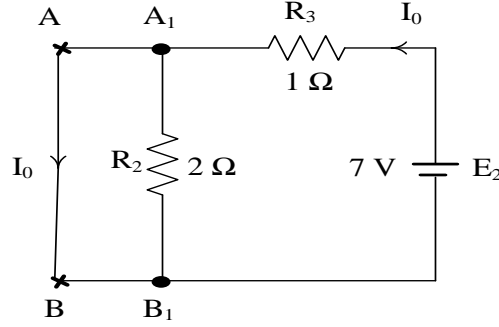


الشكل 10.3

نحسب المقاومة المكافئة R_N بنفس طريقة تيفنين فنجد نفس النتيجة:

$$R_N = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2}{3} \Omega$$

نحسب الآن تيار الدارة القصيرة:



الشكل 11.3

الدارة القصيرة بين A و B تحجب المقاومة R_2 فلا يمر فيها تيار و يصبح لدينا:

$$I_0 = \frac{E_2}{R_3} = \frac{7}{1} = 7 \text{ A}$$

من العروة (1) نكتب (الشكل (10.3)):

$$E_1 + (R_1 + R_N)I_1 - R_N I_0 = 0$$

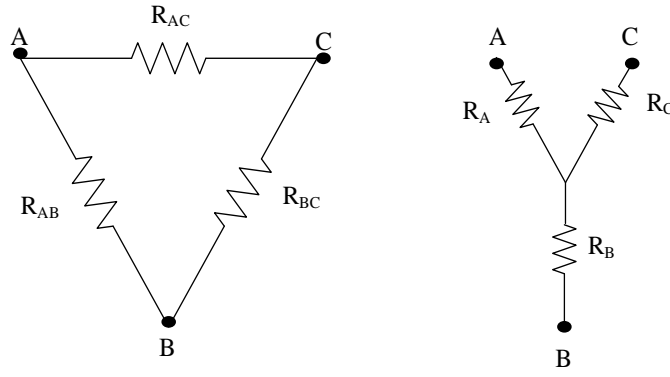
فنجد:

$$I_1 = \frac{-E_1 + R_N I_0}{R_1 + R_N} = \frac{-28 + \frac{2}{3} \times 7}{4 + \frac{2}{3}} = -5 \text{ A}$$

I_1 سالب يعني أن اتجاهه الحقيقي عكس الإتجاه المختار.

6. نظرية كينلي

في بعض الحالات، نواجه أثناء تحليلنا للدارات عقدة توصل إليها ثلاثة أطراف تسمى النجمة. تسمح نظرية كينلي بتحويل هذه النجمة إلى مثلث، كما هو مبين في الشكل (12.3).



الشكل 12.3

لمعرفة مقاومات المثلث بدلالة مقاومة النجمة (أي للانتقال من اليمين إلى اليسار)، نستخدم العلاقات التالية:

$$\begin{aligned} R_{AB} &= \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} \\ R_{AC} &= \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B} \\ R_{BC} &= \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A} \end{aligned} \quad (3.3)$$

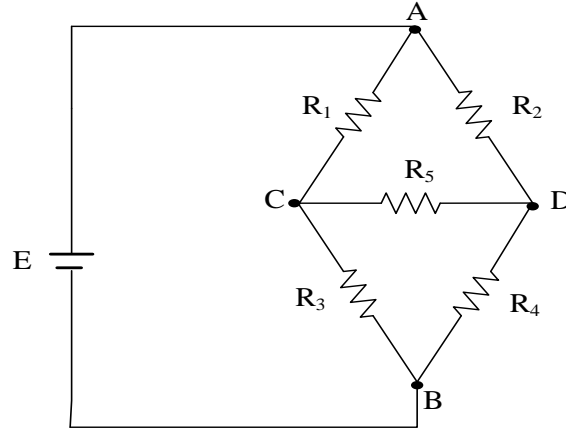
أي المقاومة التي تصل بين عقدتين في المثلث هي مجموع الجداءات الثنائية غير المكررة لمقاومات النجمة مقسومة على المقاومة المتصلة بالعقدة المقابلة. ولمعرفة مقاومات النجمة بدلالة مقاومة المثلث (أي للانتقال من اليسار إلى اليمين) نستخدم العلاقات التالية:

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \\ R_B &= \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \\ R_C &= \frac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

أي المقاومة المتصلة بعقدة ما، في نجمة، هي جداء المقاومتين المتصلتين بهذه العقدة في المثلث، مقسومة على مجموع مقاوماته (المثلث).

مثال 3: إليك الدارة المبينة في الشكل (13.3)، أوجد المقاومة المكافئة لهاته الدارة حيث: $R_1=4.7 \text{ K}\Omega$ ،

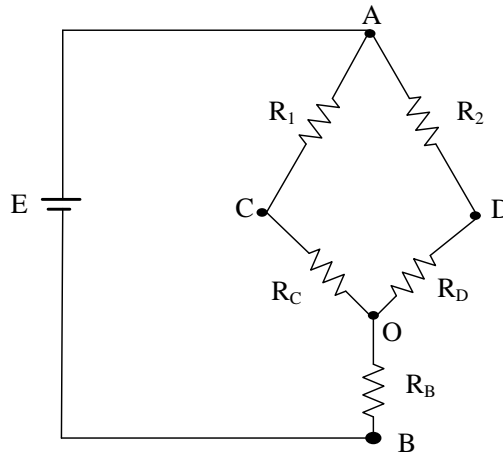
$R_2=3.9 \text{ K}\Omega$ ، $R_3=2.2 \text{ K}\Omega$ ، $R_4=2.7 \text{ K}\Omega$ و $R_5=18 \text{ K}\Omega$.



الشكل 13.3

الحل:

نلاحظ من خلال الشكل (13.3) أن هناك توصيلتين على شكل مثلث بين النقط A، C، D و بين النقط B، C، D و يمكن تحويل إحداهما إلى توصيلة نجمة و على سبيل المثال سوف نحول التوصيلة بين النقط B، C، D من شكلها المثلثي إلى شكل نجمي كما هو مبين في الشكل (14.3).



الشكل 14.3

نحسب R_B ، R_D ، R_C كمايلي:

$$R_C = \frac{18 \times 2.2}{2.2 + 2.7 + 18} = 1.7 \text{ K}\Omega$$

$$R_D = \frac{18 \times 2.7}{2.2 + 2.7 + 18} = 2.12 \text{ K}\Omega$$

$$R_B = \frac{2.7 \times 2.2}{2.2 + 2.7 + 18} = 0.26 \text{ K}\Omega$$

بعد استخدام التحويل من الشكل المثلثي إلى الشكل النجمي أصبحت الدارة بعد إعادة رسمها يمكن حلها بالطريقة العادية بإستخدام الربط على تسلسل و الربط على التفرع.

نحسب R_T المقاومة المكافئة كمايلي:

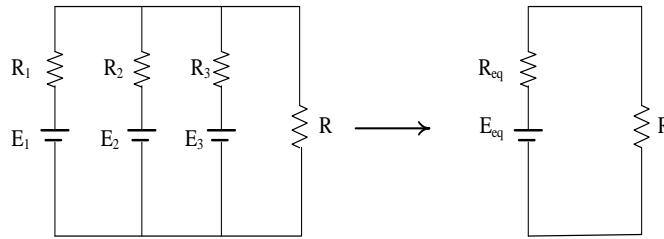
$$R_T = \frac{(R_1 + R_C)(R_2 + R_D)}{R_1 + R_C + R_2 + R_D} + R_B$$

$$R_T = \frac{(4.7 + 1.73)(3.9 + 2.12)}{4.7 + 1.73 + 3.9 + 2.12} + 0.26$$

$$R_T = 3.73 \text{K}\Omega$$

7. نظرية ميلمان

نظرية ميلمان هي حالة خاصة لقانون العقد و هي نظرية تمكن من تحديد قيمة الجهد الكهربائي عند عقدة تلتقي فيها مجموعة من الفروع على تفرع، حيث تسمح نظرية ميلمان بتعويض كل مصادر الجهد التي هي على التفرع بمصدر جهد واحد (الشكل (15.3)).



الشكل 15.3

حسب ميلمان:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$E_{eq} = R_{eq} \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} \right)$$

و في الحالة العامة:

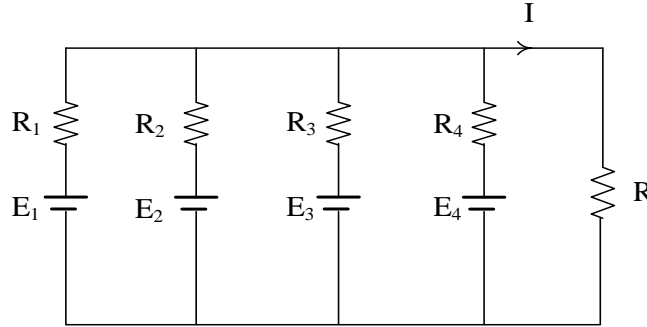
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

$$E_{eq} = R_{eq} \left(\pm \frac{E_1}{R_1} \pm \frac{E_2}{R_2} \pm \frac{E_3}{R_3} \pm \dots \pm \frac{E_n}{R_n} \right)$$

ملاحظة: تحدد إشارة المولدت إما موجبة أو سالبة حسب إتجاهها.

مثال 4: إليك الدارة المبينة في الشكل (16.3)، أوجد قيمة التيار I بإستعمال نظرية ميلمان حيث:

$$R = 3 \Omega, R_4 = R_3 = 8 \Omega, R_2 = 4 \Omega, R_1 = 2 \Omega, E_3 = E_4 = 4V, E_1 = E_2 = 2V$$



الشكل 16.3

الحل:

بتطبيق نظرية ميلمان نجد:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}}$$

$$R_{eq} = 1 \Omega$$

$$E_{eq} = R_{eq} \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_4}{R_4} \right)$$

$$E_{eq} = 1 \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \frac{4}{8} \right)$$

$$E_{eq} = 2.5V$$

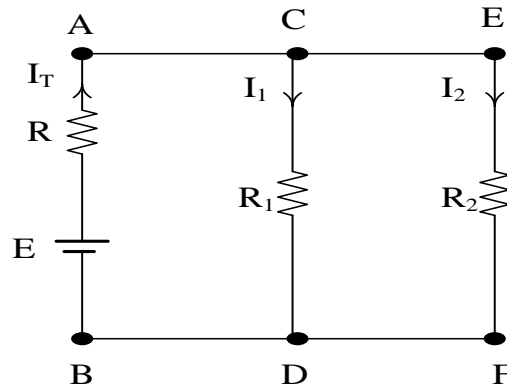
و منه:

$$I = \frac{E_{eq}}{R_{eq} + R}$$

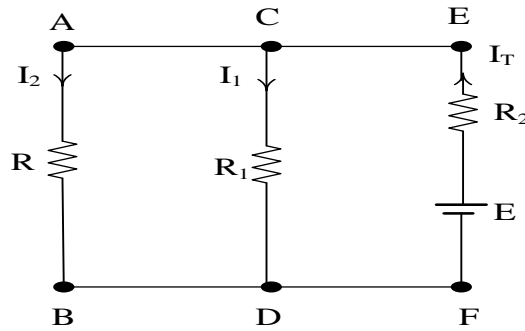
$$I = \frac{2.5}{1+3} = 0.625 A$$

8. نظرية التتضيد

تطبق نظرية التتضيد على الدارات التي تحتوي على مصدر جهد وحيد، حيث تنص هذه النظرية على أن التيار الذي يسري في فرع معين رقم 1 والذي يتسبب فيه مصدر موجود في فرع آخر رقم 2 يساوي تماما التيار الذي يسري في الفرع رقم 2 في حالة إذا ما نقلنا المصدر إلى الفرع رقم 1. فمثلا من خلال الدارة المبينة في الشكل (17.3)، لو قمنا بنقل المصدر E من الفرع AB الذي قيمة تياره I_T إلى الفرع EF الذي قيمة تياره I_2 ، تصبح قيمة التيار حسب نظرية التتضيد في الفرع AB هي I_2 و في الفرع EF هي I_T (الشكل (18.3)).



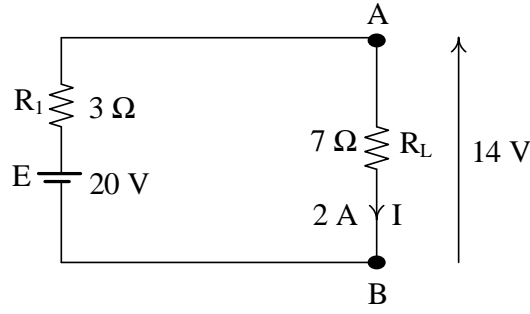
الشكل 17.3



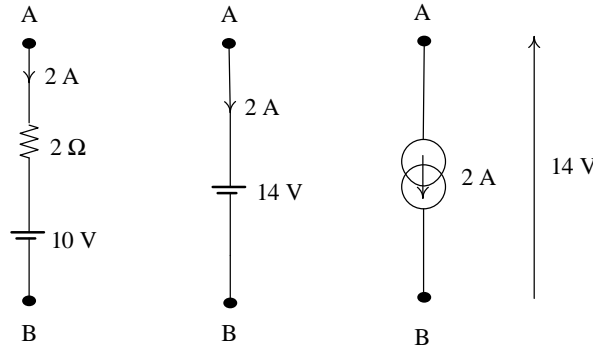
الشكل 18.3

9. نظرية التعويض

تنص نظرية التعويض على أنه يمكن تعويض فرع من الشبكة بمجموعة من العناصر الكهربائية التي تنتج نفس الجهد و نفس التيار في الفرع، شرط أن لا تتغير قيمتا الجهد والتيار. فمثلا يمكن تعويض الفرع AB من الدارة المبينة في الشكل (19.3) بأي فرع من الفروع المبينة في الشكل (20.3).



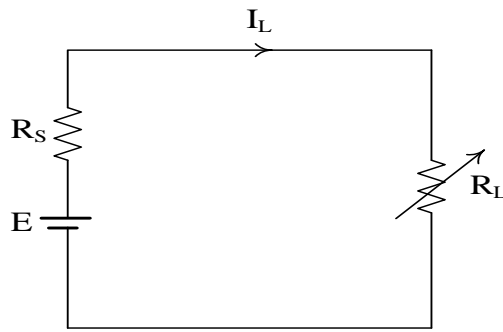
الشكل 19.3



الشكل 20.3

10. نظرية التحويل الأعظمي للإستطاعة

تنص نظرية التحويل الأعظمي للإستطاعة على أن مقاومة الحمل R_L في دارة ما (الشكل (21.3)) تأخذ الإستطاعة العظمى إذا كانت مساوية للمقاومة الداخلية للمنبع أي R_s .



الشكل 21.3

يمكن التحقق من ذلك باستخدام القوانين التي تعرفنا عليها. فالتيار المار بالحمل يعطى بالعلاقة:

$$I_L = \frac{V_s}{R_s + R_L}$$

وبالتالي تكون الاستطاعة التي يسحبها الحمل:

$$P = I_L^2 \times R_L = \frac{V_S^2 \times R_L}{(R_S + R_L)^2}$$

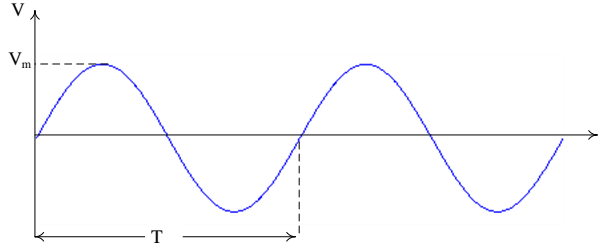
نقوم باشتقاق العلاقة السابقة بالنسبة لـ R_L ، فتكون الاستطاعة عظمى عندما: $\frac{dP}{dR_L} = 0$ فنجد أن ذلك يكون

عندما $R_S = R_L$.

التيار الجيبي المتردد

1. التيار الجيبي المتردد

إذا كان تغير الجهد (أو التيار) مع الزمن على شكل دالة جيبيية فنقول إن الجهد (أو التيار) جيبي متردد، وهذا الشكل هو الأكثر إستعمالاً حيث أن المولدات المستعملة في الشبكات الكهربائية تنتج جهوداً قريبة منه. ويمثل الشكل (1.4) جهد جيبي متردد.



الشكل (1.4): الجهد الجيبي المتردد

يجدر بنا التذكير ببعض المفاهيم الكهربائية المتعلقة بالتيار الجيبي المتردد.

1.1. القيمة اللحظية

نسمي قيمة الجهد (أو التيار) في زمن معين t بالقيمة اللحظية للجهد (أو التيار)، ونرمز لها بـ v (أو i). و أكبر قيمة للقيمة اللحظية تسمى القيمة العظمى للجهد (أو للتيار) ونرمزها V_m (أو I_m).

2.1. القيمة المتوسطة

تعرف القيمة المتوسطة خلال الفترة الزمنية T_0 لأي دالة $a(t)$ بتغير بدلالة الزمن بالمعادلة التالية:

$$A_{\text{moy}} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} a(t) dt \quad (1.4)$$

وهي المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $a(t)$ والمحور الأفقي مقسومة على الفترة الزمنية التي نحسب خلالها هذه القيمة المتوسطة. وتجدر الإشارة إلى أن المساحة تعتبر موجبة إذا كان المنحنى فوق المحور الأفقي وتعتبر سالبة إذا كان المنحنى تحت المحور الأفقي. وبما أن المساحة الموجبة تساوي المساحة السالبة بالنسبة لشكل الجيبي خلال دورة كاملة نستنتج أن القيمة المتوسطة للجهد الجيبي خلال دورة كاملة تساوي صفر.

3.1. القيمة الفعالة

نعرف القيمة الفعالة لتيار متردد بأنها القيمة التي تنتج نفس القدرة الحرارية في مقاومة R كالتي ينتجها تيار مستمر معين.

بما أن قيمة التيار المتناوب تتغير، فإن القدرة الحرارية الناتجة هي القدرة المتوسطة (خلال دورة T)، و التي تساوي:

$$P_{AC} = \frac{1}{T} \int_0^T Ri(t)^2 dt \quad (2.4)$$

أما القدرة التي ينتجها تيار مستمر I فهي:

$$P_{DC} = RI^2 \quad (3.4)$$

بما أن:

$$P_{DC} = P_{AC} \quad (3.5)$$

نستنتج أن:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} \quad (3.6)$$

و نرمز للقيمة الفعالة لتيار I بالرمز I_{eff} ، نكتب كذلك:

$$I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (4.7)$$

و بنفس الطريقة نعرف القيمة الفعالة للجهد V_{eff} :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} \quad (4.8)$$

و بإستعمال المعادلة (4.9) نستنتج:

$$V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad (4.9)$$

2. عناصر الدارة و تمثيلها

1.2 المقاومة في دارة تيار جيبي متناوب

ينص قانون أوم على أن التيار المار في مقاومة R يتناسب في كل لحظة مع الجهد بين طرفي هذه المقاومة (الشكل (a-2.4)) فإذا كان الجهد بين طرفين المقاومة:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta)$$

فإن التيار الناتج هو:

$$i(t) = \frac{V_m \sin(\omega t + \theta)}{R}$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

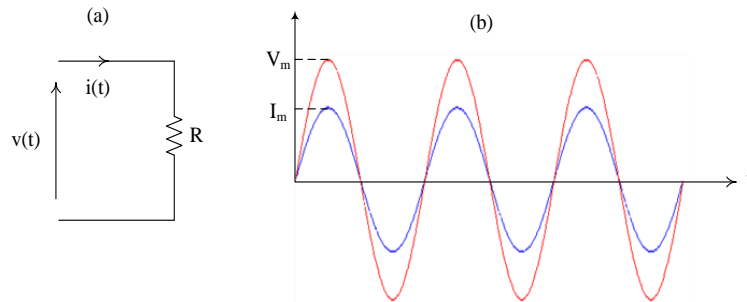
حيث:

$$I_m = \frac{V_m}{R}$$

و باستخدام القيم الفعالة نحصل على العلاقة:

$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{R}$$

وكما نرى فإن الجهد والتيار في المقاومة لهما نفس الطور، وهذا موضح في الشكل (2-b.4)، حيث أخذنا $\theta = 0$ لتبسيط الرسم.

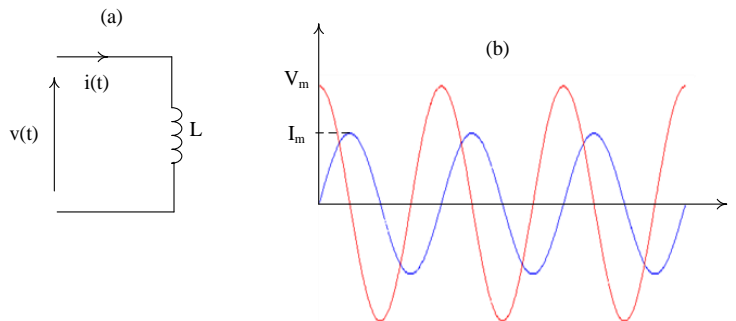


الشكل (2.4): التيار و الجهد في مقاومة

2.2. الوشيجة في دائرة تيار جيبي متردد

عند تسليط تيار متردد $i(t)$ على وشيجة محاثاتها L (الشكل (a-3.4)) فإن القوة الدافعة الكهربائية الناتجة $e(t)$ تعطى بالمعادلة (4.10)، وستحاول هذه القوة الدافعة الكهربائية أن تعكس الجهد $v(t)$ بين أطراف الوشيجة التي تسبب في توليد التيار، وهكذا فإن العلاقة بين التيار والجهد في الوشيجة هي:

$$v(t) = -e(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (10.4)$$



الشكل (3.4): التيار و الجهد في وشيجة

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

في الوشيعة فإن الجهد بين طرفي هذه الوشيعة هو:

$$v(t) = \omega L I_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v(t) = V_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

نلاحظ ان القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار:

$$V_m = \omega L I_m$$

ونسمي الكمية $X_L = \omega L$ بالممانعة الحثية للوشيعة وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذه الوشيعة.

وباستعمال القيم الفعالة:

$$V_{\text{eff}} = \omega L I = X_L I_{\text{eff}}$$

ونلاحظ أن موجة التيار تتخلف عن موجة الجهد ب 90° ، وهذا موضح في الشكل (3-b.4). كما ننبه إلى أن السلك الذي تلف به الوشيعة له مقاومة، ولهذا فإنه توجد خاصيتان للوشيعة: خاصية حثية وخاصية مقاومة. وتصمم الوشائع بحيث تكون ممانعاتها الحثية كبيرة مقارنة بمقاوماتها.

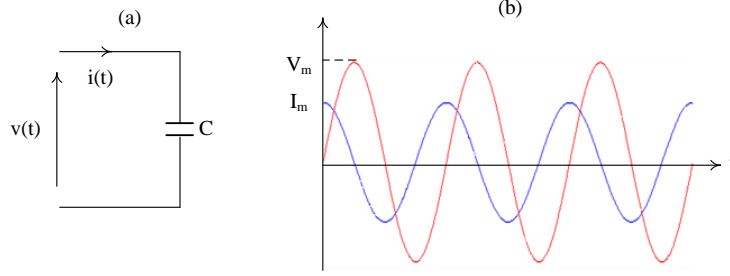
3.2. المكثفة في دائرة تيار جيبي متناوب

سعة المكثفة C تمثل النسبة بين الشحنة الكهربائية لهذه المكثفة والجهد بين طرفيها. حيث إن التيار يساوي تغير الشحنة بالنسبة للزمن، العلاقة بين التيار والجهد في المكثفة (الشكل (4-a.4)) هي:

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (11.4)$$

فعندما يكون الجهد بين طرفي المكثفة هو:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta)$$



الشكل (3.4): التيار و الجهد في مكثفة

فان التيار الناتج هو:

$$i(t) = \omega C V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i(t) = \omega C V_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = I_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

نلاحظ ان القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار:

$$V_m = \frac{1}{C\omega} I_m$$

نسمي الكمية $X_c = \frac{1}{C\omega}$ بالممانعة السعوية للمكثفة وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذه المكثفة.

وباستعمال القيم الفعالة:

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{C\omega} I = X_c I_{\text{eff}}$$

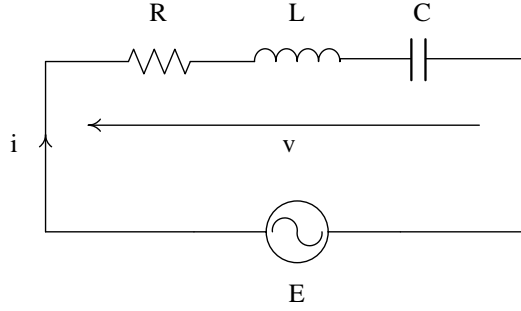
كما نلاحظ أن موجة التيار تتقدم على موجة الجهد ب 90° . وهذا موضح في الشكل (4-b.4).

3. طريقة الحل الجبرية

تعتمد طريقة الحل الجبري على الحساب بإستعمال المعادلات التفاضلية المعقدة مما يؤدي إلى صعوبة حلها جبريا و يتوجب اللجوء إلى برامج الإعلام الألي لحلها. و لكن رغم ذلك، فإنها تعتبر الطريقة العامة الصالحة في جميع الحالات. إذا كانت كل مصادر الجهد و التيار داخل الدارة لها نفس النبض فإنه يمكن تجنبها و إستعمال طرق أسهل منها. سنتطرق فيما يلي إلى طريقتين تدخلان في هذا الإطار.

1.3. طريقة تمثيل فرينل

من السهل تحديد الإنزياح الزاوي بين التيار والجهد لمكثفة واحدة أو وشيعة واحدة. أما الدارات التي تحتوي على عدة عناصر مختلفة فنلجأ إلى وسائل تحليلية أكثر ملائمة ومن بين هذه التقنيات تمثيل فرينل. حيث أن تمثيل فرينل هو عبارة عن تمثيل شعاعي لدوال جيبيية بحيث يسمح بإستبدال دالة جيبيية بشعاع، يتم إستعمال تمثيل فرينل لمقارنة دوال جيبيية بنفس التردد و لجمع دوال جيبيية بنفس التردد. لتوضيح لناخذ دارة الشكل (4.4) كمثال، حيث سنقوم بإنشاء تمثيل فرينل للجهد v .



الشكل (4.4)

إذا كانت قيمة التيار i هي:

$$i = I_m \cos(\omega t)$$

فإن الجهد عند طرفي المقاومة R هو:

$$V_R = R I_m \cos(\omega t)$$

يمثل الجهد V_R بواسطة شعاع مبدأه O وطويلته $R \cdot I_m$ و يصنع زاوية 0^0 مع المحور Ox (محور التيار).

و الجهد عند طرفي الوشيعة L هو:

$$V_L = L \frac{di}{dt} = -L\omega I_m \cdot \sin(\omega t) = L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

يمثل الجهد V_L بواسطة شعاع مبدأه O وطويلته $L\omega I_m$ و يصنع زاوية 90^0 مع المحور Ox .

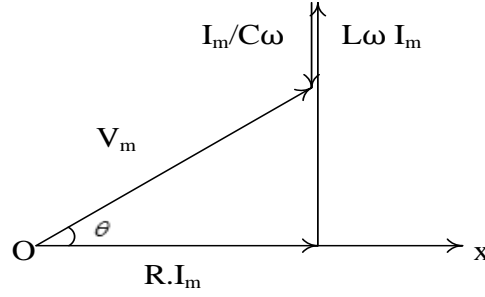
و الجهد عند طرفي المكثفة C هو:

$$V_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t) = \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

يمثل الجهد V_C بواسطة شعاع مبدأه O وطويلته $\frac{I_m}{C\omega}$ و يصنع زاوية -90^0 مع المحور Ox .

يمكننا تمثيل فرينل من تركيب أشعة الجهود V_R ، V_L ، V_C للحصول على شعاع المحصلة الذي يمثل الجهد

v الشكل (5.4).



الشكل (5.4)

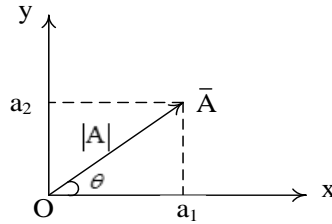
من خلال الشكل (5.4) نستنتج قيمة V_m طولية الشعاع v و صفحته الابتدائية θ :

$$\begin{cases} V_m = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \cdot I_m \\ \text{tg}(\theta) = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R} \end{cases}$$

حيث: $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ تسمى ممانعة الدارة.

2.3. طريقة الأعداد المركبة

يمكن الانتقال من التمثيل الشعاعي للتوابع الجيبية إلى التمثيل بإستعمال الأعداد المركبة. ففي مستوي الأعداد المركبة المبين في الشكل (6.4) يكون المحور (ox) محور للأعداد الحقيقية والمحور (oy) محور للأعداد التخيلية.



الشكل (6.4)

حيث:

$$\begin{aligned} |A| &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \end{aligned}$$

يكتب الشعاع \bar{A} بالشكل الجبري المركب كمايلي:

$$\bar{A} = a_1 + ja_2$$

حيث: $j = \sqrt{-1}$.

و يكتب الشعاع \bar{A} بالشكل المثلثي المركب كمايلي:

$$\bar{A} = |A| \cos \theta + j|A| \sin \theta$$

و مع الأخذ بالحسبان علاقة إيلير التالية:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

نكتب العلاقة السابقة بالطريقة الأسية لنفس شعاع كمايلي:

$$\bar{A} = |A| e^{j\theta}$$

ملاحظة: قوانين أوم في التيار المتناوب الجيبي هي نفسها القوانين في التيار المستمر شرط أن نستعمل تمثيل المركب.

بالرجوع إلى مثال الشكل (4.4) وباعتبار $\bar{i} = I_m e^{j\omega t}$ فإن:

$$\bar{V}_r = R \bar{i} = R I_m e^{j\omega t}$$

$$\bar{V}_L = L \frac{d\bar{i}}{dt} = jL \omega I_m e^{j\omega t} = L \omega I_m e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\bar{V}_C = \frac{1}{C} \int \bar{i} dt = \frac{I_m}{jC \omega} e^{j\omega t} = \frac{-j I_m}{C \omega} e^{j\omega t} = \frac{I_m}{C \omega} e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

ومنه:

$$\bar{V} = \bar{V}_r + \bar{V}_L + \bar{V}_C$$

$$\bar{V} = R I_m e^{j\omega t} + L \omega I_m e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} + \frac{I_m}{C \omega} e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\bar{V} = \left[R + j \left(L \omega - \frac{I_m}{C \omega} \right) \right] I_m e^{j\omega t}$$

وهي من شكل $\bar{V} = \bar{Z} \bar{i}$ ، حيث \bar{Z} عدد مركب يسمى الممانعة المركبة لدارة.

نهدف إلى كتابة الجهد على شكل $\bar{V} = V_m e^{j\omega t + \theta_0}$ ، و منه يجب البحث عن V_m و θ حيث: $\theta = \omega t + \theta_0$
 لحساب V_m :

$$V_m = \|\bar{V}\| = \|\bar{Z}\| \|\bar{i}\| = \left\| R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right\| \|I_m \cdot e^{j\omega t}\|$$

$$V_m = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \cdot I_m$$

و لحساب θ :

$$\theta = \arg[\bar{V}] = \arg[\bar{Z}] + \arg[\bar{i}]$$

$$\theta = \arg \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right] + \arg [I_m \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\theta = \arctg \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}{R} + \omega t$$

$$\theta = \omega t + \arctg \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}{R}$$

1.2.3. الممانعة المركبة

لقد رأينا أن نسبة الجهد على التيار بشكل المركب يعطي مفهوم الممانعة المركبة (المعادلة (12.4))، و تعبر ممانعة عنصر ما \bar{Z} عن مدى إعاقة هذا العنصر لمرور التيار فيه.

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{i}} \quad (12.4)$$

توصل الممانعات إما على التسلسل أو التفرع كما يلي:

ربط الممانعات على التسلسل

من أجل n ممانعة موصولة على التسلسل، تكون قيمة الممانعة المكافئة مجموع قيم الممانعات:

$$\bar{Z}_{eq} = \sum_{i=1}^n \bar{Z}_i \quad (13.4)$$

ربط الممانعات على التفرع

من أجل n ممانعة موصولة على التفرع، تكون مقلوب قيمة الممانعة المكافئة مجموع المقلوب:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i} \quad (14.4)$$

4. الإستطاعة في التيار الجيبي المتناوب

1.4. الإستطاعة اللحظية

تعطى الإستطاعة اللحظية $p(t)$ لعنصر كهربائي بالجاء $v(t) \times i(t)$ و بإعتبار أن $v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_1)$ و $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_2)$ ، وبالتالي يمكننا أن نحسب الاستطاعة اللحظية لهذا العنصر، فتكون:

$$p(t) = V_m I_m \sin(\omega t + \theta_1) \sin(\omega t + \theta_2)$$

$$p(t) = \frac{-1}{2} V_m I_m [\cos(2\omega t + \theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1 - \theta_2)] \quad (15.4)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_1 - \theta_2) - \cos(2\omega t + \theta_1 + \theta_2)]$$

2.4. الإستطاعة المتوسطة

لتكن $p(t)$ هي الإستطاعة اللحظية، فإن الإستطاعة المتوسطة هي: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$ ، حيث T هو الدور. و

بالتالي:

$$P = \frac{1}{2T} V_m I_m \left[\int_0^T \cos(\theta_1 - \theta_2) dt - \int_0^T \cos(2\omega t + \theta_1 + \theta_2) dt \right] \quad (16.4)$$

التكامل الأول هو تكامل لمقدار ثابت لا يتعلق بالزمن. أما الثاني فهو تكامل لتابع جيبي نبضه 2ω فهو معدوم، ومنه:

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (17.4)$$

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \phi$$

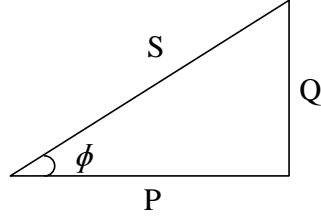
يسمى المقدار $\cos \phi$ بمعامل إستطاعة الدارة. و يسمى المقدار $S = V_{eff} I_{eff}$ بالإستطاعة الظاهرية و تقاس بوحدة الفولط أمبير VA.

3.4. الإستطاعة الردية

في النظام الجيبي الإستطاعة الردية هي الجزء التخيلي من الإستطاعة الظاهرية (الشكل (7.4))، تنتج الإستطاعة الردية عندما يكون لدينا وشائع ومكثفات داخل شبكة فإن الطاقة التي تعطى لها تخزن ثم ترجع

إلى الشبكة لذلك تكون هذه الطاقة سالبة أثناء عملية إرجاع الطاقة، و تعطى بالعلاقة (المعادلة (16.4)) و وحدة قياسها هي الفولط أمبير الردي.

$$Q = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \phi \quad (18.4)$$



الشكل (7.4) : مثلث الإستطاعة

رباعيات الأقطاب

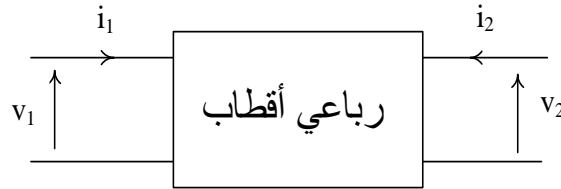
1. تعريف

رباعي الأقطاب هو دائرة أو جزء من الشبكة الكهربائية لها مدخلان و مخرجان و تتميز بوجود علاقة و تأثير بين قيم الدخول و قيم الخروج و تسمح بانتقال الطاقة بين المدخل و المخرج. تبرز أهمية رباعي الأقطاب في تبسيط دراسة الدوائر الإلكترونية المعقدة. لتبسيط كتابة الرموز و المعادلات سنستغني في هذا الفصل عن الترميز بإستعمال الأعداد المركبة.

يتميز رباعي الأقطاب بأربعة مقادير:

➤ مقادير الدخول: v_1 و i_1 .

➤ مقادير الخروج: v_2 و i_2 .



الشكل 1.5: تمثيل رباعي الأقطاب

هنالك نوعين من رباعيات الأقطاب الخاملة و النشطة (التي تحتوي على مصدر للطاقة). في هذا الدرس سنكتفي بدراسة رباعيات الأقطاب الخاملة.

نقول أن رباعي الأقطاب خطي إذا كان تغير مقادير الخروج v_2 و i_2 متناسب مع تغير مقادير الدخول v_1 و i_1 .

2. تمثيل رباعي الأقطاب بإستعمال المصفوفات

في رباعيات الأقطاب الخطية القيم الأربعة v_1 ، v_2 ، i_1 و i_2 ترتبط ببعضها البعض عن طريق علاقات خطية، و تسمى معاملات هذه العلاقات التي تربط بين مقادير الدخول و الخروج بمعاملات رباعي الأقطاب.

لربط المعاملات الأربعة لرباعي الأقطاب بإستعمال المصفوفات هنالك أربعة تمثيلات هي:

➤ بإستعمال وسائط الممانعات Z .

➤ بإستعمال وسائط المسامحات Y .

➤ بإستعمال الوسائط الهجينة.

➤ بإستعمال مصفوفة الانتقال.

1.2. مصفوفة الممانعات

تسمح بتعبير عن توترات (الدخول و الخروج) بدلالة تيارات (الدخول و الخروج). و تعطى بالعلاقة الآتية:

$$(v_1, v_2) = f(i_1, i_2) \quad (1.5)$$

يمكن وضع المعادلات المميزة لهذا الرباعي بالشكل:

$$\begin{cases} v_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ v_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{cases} \quad (2.5)$$

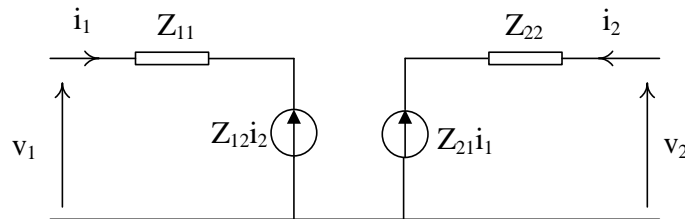
أو على شكل مصفوفة:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = [Z] \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

[Z] هي مصفوفة الممانعات لرباعي الأقطاب، تسمى عناصر هذه المصفوفة بممانعات رباعي الأقطاب و تسمى أيضا بللممانعات في الفراغ لأن قياسها يتم في حالة دارة مفتوحة ($i_1=0$ أو $i_2=0$).

$$Z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0}, Z_{12} = \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{i_1=0}, Z_{21} = \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0}, Z_{22} = \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

يمكن تمثيل رباعي الأقطاب من خلال رسم بسيط وفقا لمقادير Z الخاصة به.



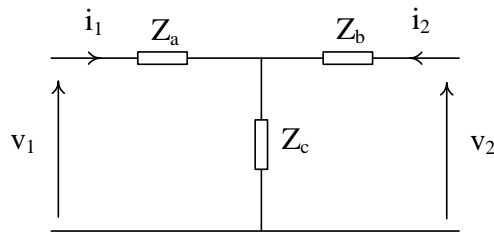
الشكل 5.2: الشكل المكافئ لرباعي الأقطاب بإستعمال وسائط

رباعيات الأقطاب التقابلية

نقول عن رباعي الأقطاب أنه تقابلي إذا تساوت $Z_{12}=Z_{21}$. هذه الخاصية تتميز بها رباعيات الأقطاب الخاملة.

تمثيل رباعيات الأقطاب التقابلية

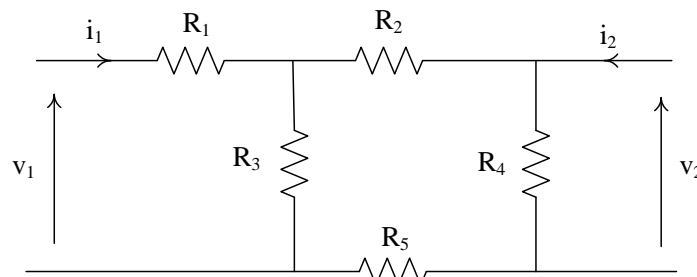
بوضع: $Z_c=Z_{21}=Z_{12}$, فإننا نحصل على رباعي أقطاب على شكل T مكافئ لرباعي الأقطاب الأصلي.



الشكل 4.5: تمثيل رباعي الأقطاب تقابلي

مثال 1:

لتكن الشبكة المبينة في الشكل (5.5).



الشكل 5.5

1- نطلب إيجاد مصفوفة الممانعات Z الخاصة به.

2- هل هو تقابلي؟

3- أوجد رباعي الأقطاب على شكل T المكافئ له.

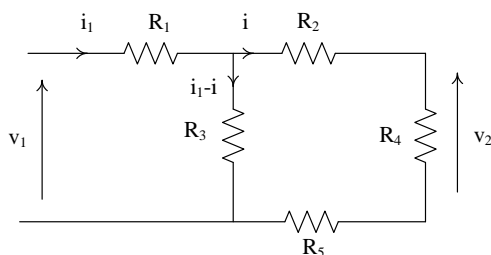
بحيث $R_1 = 6\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 3\Omega, R_4 = 1\Omega, R_5 = 1\Omega$.

الحل:

1- إيجاد مصفوفة الممانعات:

$$\begin{cases} v_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ v_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{cases} \text{ لدينا:}$$

لحساب Z_{11} و Z_{21} نضع $(i_2=0)$:



$$Z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0} = \left(R_1 + \left(R_2 // (R_2 + R_4 + R_5) \right) \right)$$

$$Z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0} = 8\Omega$$

$$Z_{21} = \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0}$$

لحساب Z_{21} ، نقوم بحساب العلاقة بين i و i_1 .

باستعمال قاسم تيار نجد:

$$i = \frac{R_3}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} i_1 = \frac{3}{9} i_1$$

و منه:

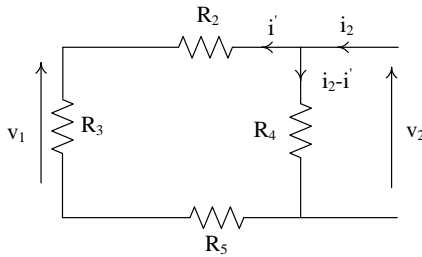
$$Z_{21} = \frac{v_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} = \frac{v_2}{i} \frac{i}{i_1} \Big|_{i_2=0} = \frac{3}{9} \Omega$$

لحساب Z_{12} و Z_{22} نضع $(i_1=0)$:

$$Z_{22} = \frac{v_2}{i_2} \Big|_{i_1=0} = R_4 // (R_2 + R_3 + R_5)$$

$$Z_{22} = \frac{v_2}{i_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{8}{9} \Omega$$

$$Z_{12} = \frac{v_1}{i_2} \Big|_{i_1=0}$$



لحساب Z_{12} ، نقوم بحساب العلاقة بين i و i_2 .

باستعمال قاسم تيار نجد:

$$i' = \frac{R_4}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} i_2 = \frac{1}{9} i_2$$

و منه:

$$Z_{12} = \frac{v_1}{i_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{v_1}{i'} \frac{i'}{i_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{3}{9} \Omega$$

و منه:

$$[Z] = \begin{pmatrix} 8 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{8}{9} \end{pmatrix}$$

2- نعم هو رباعي أقطاب تقابلي ($Z_{12}=Z_{21}$).

3- إيجاد رباعي الأقطاب على شكل T المكافئ له:

$$Z_a = Z_{11} - Z_{12} = \frac{23}{3}\Omega$$

$$Z_b = Z_{22} - Z_{21} = \frac{5}{9}\Omega$$

$$Z_c = Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{3}\Omega$$

2.2. مصفوفة المسامحات

مصفوفة المسامحات هي مقلوب مصفوفة الممانعات. حيث تسمح بتعبير عن تيارات (الدخول و الخروج) بدلالة توترات (الدخول و الخروج). و تعطى بالعلاقة الآتية:

$$(i_1, i_2) = f(v_1, v_2) \quad (4.5)$$

يمكن وضع المعادلات المميزة لهذا الرباعي بالشكل:

$$\begin{cases} i_1 = Y_{11}v_1 + Y_{12}v_2 \\ i_2 = Y_{21}v_1 + Y_{22}v_2 \end{cases} \quad (5.5)$$

أو على شكل مصفوفة:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = [Y] \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

[Y] هي مصفوفة المسامحات لرباعي الأقطاب، تسمى عناصر هذه المصفوفة بمسامحات رباعي الأقطاب و تسمى أيضا بلمسامحات في الفراغ لأن قياسها يتم في حالة دارة مفتوحة ($v_1=0$ أو $v_2=0$).

$$Y_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0}, Y_{12} = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{v_1=0}, Y_{21} = \left. \frac{i_2}{v_1} \right|_{v_2=0}, Y_{22} = \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{v_1=0}$$

مثال 2:

لتكن شبكة المثال 1.

المطلوب:

1- نطلب إيجاد مصفوفة المسامحات Y الخاصة به.

الحل:

من خلال نتائج المثال 1 لدينا:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

ومنه:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 8 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

بالمطابقة نجد:

$$[Y] = \begin{pmatrix} 8 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 8 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$[Y] = \begin{pmatrix} \frac{8}{63} & -\frac{1}{21} \\ -\frac{1}{21} & \frac{8}{7} \end{pmatrix}$$

3.2. المصفوفات الهجينة

هناك نوعان من المصفوفات الهجينة G و H.

1.3.2. المصفوفة الهجينة H

المقادير الهجينة، أو المقادير H، تربط توتر الدخول و تيار الخروج بتيار الدخول و توتر الخروج. و تعطى بالعلاقة الأتية:

$$(v_1, i_2) = f(i_1, v_2) \quad (7.5)$$

في هذه الحالة ، نعبر عن v_1 و i_2 بدلالة i_1 و v_2 والتي تعطى:

$$\begin{cases} v_1 = H_{11}i_1 + H_{12}v_2 \\ i_2 = H_{21}i_1 + H_{22}v_2 \end{cases} \quad (8.5)$$

أو على شكل مصفوفة:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = [H] \begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (9.5)$$

المقادير الهجينة للمصفوفة $[H]$. و تسمى بالمقادير الهجينة بسبب أبعادها المختلفة. و تحسب كمايلي:

$$H_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{v_2=0}, H_{12} = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_1=0}, H_{21} = \left. \frac{i_2}{i_1} \right|_{v_2=0}, H_{22} = \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{i_1=0}$$

2.3.2. المصفوفة الهجينة G

المقادير الهجينة العكسية G تعطى من خلال العلاقة:

$$(i_1, v_2) = f(v_1, i_2) \quad (10.5)$$

في هذه الحالة ، نعبر عن i_1 و v_2 بدلالة v_1 و i_2 والتي تعطي:

$$\begin{cases} i_1 = G_{11}v_1 + G_{12}i_2 \\ v_2 = G_{21}v_1 + G_{22}i_2 \end{cases} \quad (11.5)$$

أو على شكل مصفوفة:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = [G] \begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (12.5)$$

تحسب مقادير المصفوفة G كمايلي:

$$G_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{i_2=0}, G_{12} = \left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{v_1=0}, G_{21} = \left. \frac{v_2}{v_1} \right|_{i_2=0}, G_{22} = \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{v_1=0}$$

المقادير الهجينة قليلة الإستعمال و تستعمل خصوصا في دراسة الترنستور.

4.2. مصفوفة الإنتقال

مصفوفة الإنتقال تربط مقادير الدخول (v_1 و i_1) بمقادير الخروج (v_2 و i_2). و تعطى بالعلاقة الآتية:

$$(v_1, i_1) = f(v_2, i_2) \quad (13.5)$$

يمكن وضع المعادلات التي تعبر عن مصفوفة الإنتقال بالشكل:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = [a] \begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (14.5)$$

تحسب مقادير المصفوفة a كمايلي:

$$A = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_2=0}, B = \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{v_2=0}, C = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{i_2=0}, D = \left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{v_2=0}$$

مثال 3:

لتكن شبكة المثال 1.

المطلوب:

1- نطلب إيجاد مصفوفة الانتقال الخاصة به.

الحل:

من خلال نتائج المثال 1 لدينا:

$$v_1 = 8i_1 + \frac{1}{3}i_2 \quad (1)$$

$$v_2 = \frac{1}{3}i_1 + \frac{8}{9}i_2 \quad (2)$$

من المعادلة (2) نجد:

$$i_1 = 3v_2 - \frac{8}{3}i_2 \quad (3)$$

بتعويض (3) في (1) نجد:

$$v_1 = 24v_2 - 21i_2 \quad (4)$$

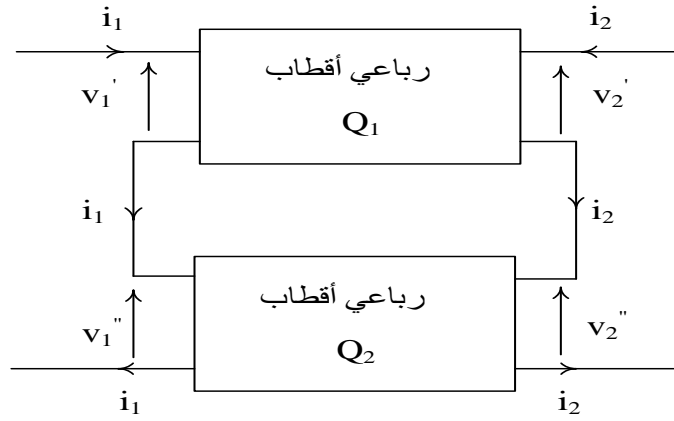
و منه:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & -21 \\ 3 & -\frac{8}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

3. تجميع رباعيات الأقطاب

1.3 الربط على التسلسل

الشكل (6.5) يبين طريقة ربط رباعيي أقطاب Q_1 و Q_2 على التسلسل. في هذه الحالة، يكون جهد الدخول (الخروج) لرباعي الأقطاب الناتج هو مجموع جهود الدخول (الخروج) رباعيي الأقطاب المربوطين على التسلسل.



الشكل 6.5: ربط رباعيات الأقطاب على تسلسل

$$\begin{cases} v_1 = v_1' + v_1'' \\ v_2 = v_2' + v_2'' \end{cases}$$

لدينا العلاقات الآتية:

$$\begin{cases} v_1' = Z_{11}'i_1 + Z_{12}'i_2 \\ v_2' = Z_{21}'i_1 + Z_{22}'i_2 \\ v_1'' = Z_{11}''i_1 + Z_{12}''i_2 \\ v_2'' = Z_{21}''i_1 + Z_{22}''i_2 \end{cases}$$

ومنه:

$$\begin{cases} v_1 = (Z_{11}' + Z_{11}'')i_1 + (Z_{12}' + Z_{12}'')i_2 \\ v_2 = (Z_{21}' + Z_{21}'')i_1 + (Z_{22}' + Z_{22}'')i_2 \end{cases}$$

ومنه:

$$[Z] = \begin{pmatrix} Z_{11}' + Z_{11}'' & Z_{12}' + Z_{12}'' \\ Z_{21}' + Z_{21}'' & Z_{22}' + Z_{22}'' \end{pmatrix}$$

2.3. الربط على التفرع

الشكل (7.5) يبين طريقة توصيل رباعيي أقطاب Q_1 و Q_2 على التفرع. في هذه الحالة، يكون تيار الدخول (الخروج) لرباعي الأقطاب الناتج هو مجموع تيارات الدخول (الخروج) رباعيي الأقطاب المربوطين على التفرع.

$$\begin{cases} i_1 = i_1' + i_1'' \\ i_2 = i_2' + i_2'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{i}'_1 = \mathbf{Y}'_{11} \mathbf{v}_1 + \mathbf{Y}'_{12} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}'_2 = \mathbf{Y}'_{21} \mathbf{v}_1 + \mathbf{Y}'_{22} \mathbf{v}_2 \end{cases}$$

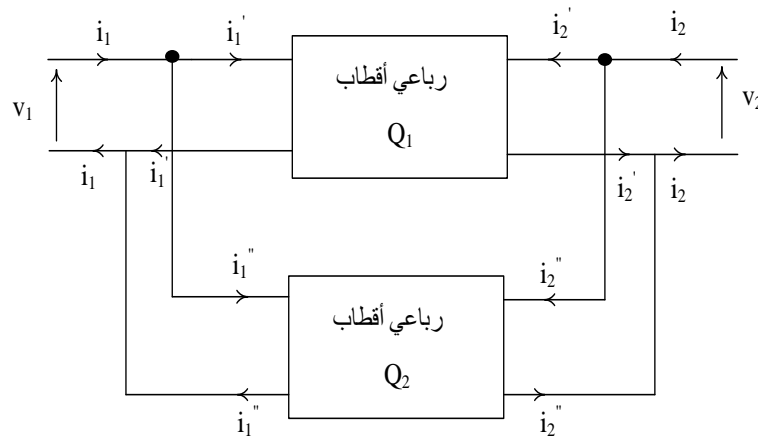
$$\begin{cases} \mathbf{i}''_1 = \mathbf{Y}''_{11} \mathbf{v}_1 + \mathbf{Y}''_{12} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}''_2 = \mathbf{Y}''_{21} \mathbf{v}_1 + \mathbf{Y}''_{22} \mathbf{v}_2 \end{cases}$$

ومنه:

$$\begin{cases} \mathbf{i}_1 = (\mathbf{Y}'_{11} + \mathbf{Y}''_{11}) \mathbf{v}_1 + (\mathbf{Y}'_{12} + \mathbf{Y}''_{12}) \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 = (\mathbf{Y}'_{21} + \mathbf{Y}''_{21}) \mathbf{v}_1 + (\mathbf{Y}'_{22} + \mathbf{Y}''_{22}) \mathbf{v}_2 \end{cases}$$

ومنه:

$$[\mathbf{Y}] = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}'_{11} + \mathbf{Y}''_{11} & \mathbf{Y}'_{12} + \mathbf{Y}''_{12} \\ \mathbf{Y}'_{21} + \mathbf{Y}''_{21} & \mathbf{Y}'_{22} + \mathbf{Y}''_{22} \end{pmatrix}$$



الشكل 7.5: ربط رباعيات الأقطاب على التفرع

3.3. الربط على التوالي

إذا قمنا بتوصيل مخرجي رباعي الأقطاب Q_1 مع مدخلي رباعي الأقطاب Q_2 فإن هذا نوع من توصيل يسمى ربط على التوالي. الشكل (8.5) يبين طريقة توصيل رباعيي أقطاب Q_1 و Q_2 على التوالي.

لدينا:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{i}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_3 \\ \mathbf{i}_3 \end{pmatrix}$$

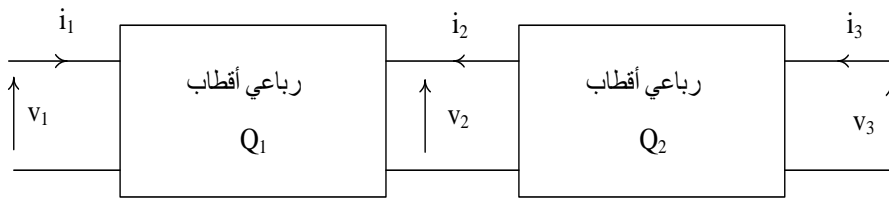
ومنه:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_3 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AA' + BC' & AB' + BD' \\ CA' + DC' & CB' + DD' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_3 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_3 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

ومنه :

$$[a] = \begin{pmatrix} AA' + BC' & AB' + BD' \\ CA' + DC' & CB' + DD' \end{pmatrix}$$



الشكل 8.5: ربط رباعيات الأقطاب على التوالي

الإستجابة الترددية

1. مقدمة

الإستجابة الترددية هي قياس إستجابة أي نظام (ميكانيكي، إلكتروني،...) لإشارة ذات تردد متغير (لكن ذو سعة ثابتة) عند مدخلها. في هذا الدرس سنتطرق إلى دراسة الإستجابة الترددية لرباعيات الأقطاب (المرشحات).

2. دالة التحويل لرباعيات الأقطاب

دالة التحويل هي دالة مركبة من الشكل:

$$H(j\omega) = a(\omega) + jb(\omega) \quad (1.6)$$

تعبر عن النسبة بين إشارة الدخول و الخروج على شكلهما المركب:

$$H(j\omega) = \frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} \quad (2.6)$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j \arg(H(j\omega))}$$

$$H(j\omega) = G(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

حيث $G(\omega)$ هو طويلة $H(j\omega)$ (و تسمى أيضا الربح في الجهد).

$\varphi(\omega)$ هي عمدة $H(j\omega)$ وتمثل الفرق في طور بين إشارة الدخول و الخرج.

3. المرشحات

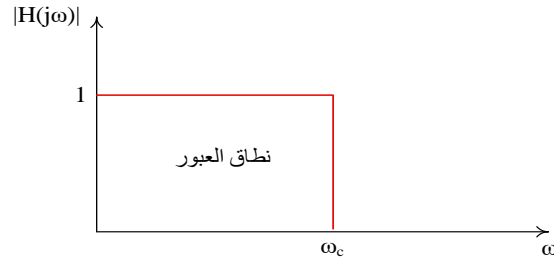
هي دارات كهربائية تعمل على ترشيح الإشارات المتنوية حسب ترددتها ونميز نوعين: مرشحات نشطة ومرشحات خاملة. حسب وظيفة المرشح نميز أربع أنواع:

- مرشح سفلي.
- مرشح علوي.
- مرشح عبور شريطي.
- مرشح رفض.

1.3. أنواع المرشحات

1.1.3. مرشح سفلي

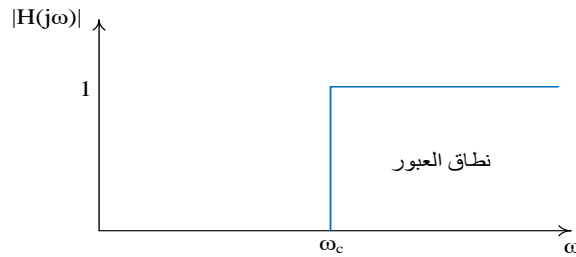
المرشح السفلي هو مرشح يقوم بتمرير الإشارات ذات الترددات المنخفضة (أقل أو تساوي تردد القطع) ورفض الإشارات ذات التردد الأعلى من تردد القطع. كما هو مبين في الشكل (1.6).



الشكل 1.6: مرشح سفلي

2.1.3. مرشح علوي

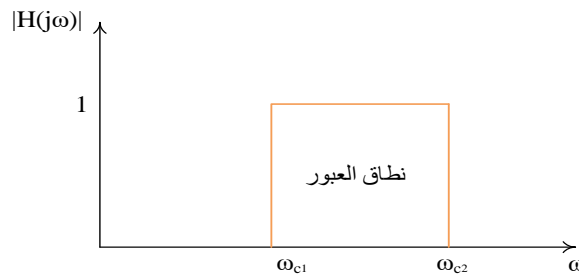
المرشح العلوي هو مرشح يعمل على رفض أو توهين الإشارات ذات الترددات المنخفضة (أقل من تردد القطع) وتمرير الإشارات ذات التردد الأعلى من تردد القطع. كما هو مبين في الشكل (2.6).



الشكل 2.6: مرشح علوي

3.1.3. مرشح عبور شريطي

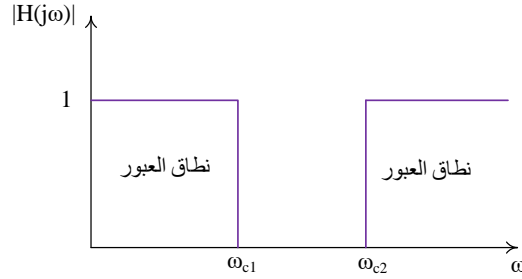
مرشح عبور شريطي هو مرشح يسمح بتمرير الإشارات التي لها تردد بين ترددي القطع (السفلي و العلوي) ورفض باقي الإشارات. كما هو مبين في الشكل (3.6).



الشكل 3.6: مرشح عبور شريطي

4.1.3. مرشح رفض

مرشح رفض هو مرشح يمنع مرور الإشارات التي لها تردد بين ترددي القطع (السفلي و العلوي) و يسمح بمرور باقي الإشارات. كما هو مبين في الشكل (4.6).



الشكل 4.6: مرشح رفض

2.3. نبض القطع

يعرف نبض القطع بالعلاقة الآتية:

$$G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \quad (3.6)$$

حيث G_{\max} هو الربح الأعظمي في الجهد.

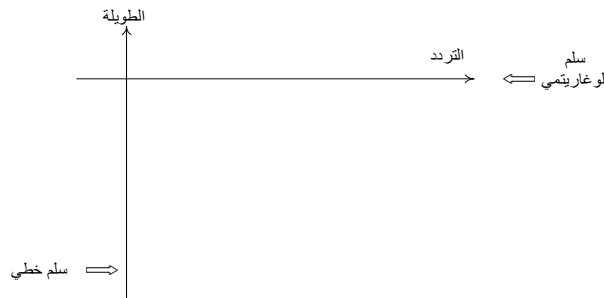
3.3. تمثيل بود للمرشح

مخطط بود هو عبارة عن أحد الطرق الرياضية لرسم دالات رياضية مركبة، مما يتيح تصور سلوك المرشح بدلالة التردد.

يتكون مخطط بود لدالة الانتقال $H(j\omega)$ من المنحنين الآتيين:

منحنى يعطي الربح في الجهد لدالة الانتقال بديسبل $G_{dB}(\omega)$ بدلالة النبض ω على سلم لوغاريتمي (الشكل 5.6):

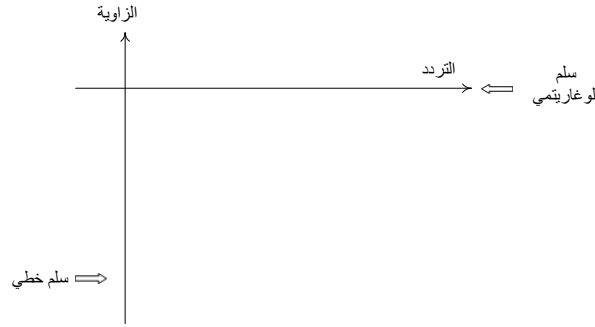
$$G_{dB}(\omega) = 20 \log(G(\omega)) = 20 \log|H(j\omega)| \quad (4.6)$$



الشكل 5.6: مخطط بود لتمثيل الربح في الجهد

منحنى يعطي الزاوية $\varphi(\omega)$ لدالة الإنتقال على سلم خطي بدلالة النبض ω على سلم لوغاريتمي (الشكل 6.6):

$$\varphi(\omega) = \arg[H(j\omega)] = \arg\left(\frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_e}\right) = \arg[\bar{v}_s] - \arg[\bar{v}_e] \quad (5.6)$$

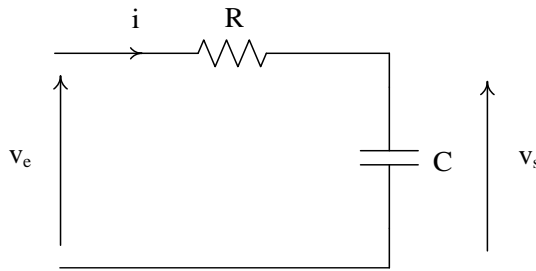


الشكل 6.6: مخطط بود لتمثيل الزاوية

4. دراسة الإستجابة الترددية لرباعيات الأقطاب

1.4. دراسة رباعي الأقطاب RC (مرشح سفلي)

نريد دراسة رباعي الأقطاب المبين في الشكل (7.6) ، بإعتبار المدخل عند قطبي المصدر والمخرج عند قطبي المكنفة.



الشكل 7.6: مرشح سفلي

لدينا:

$$\bar{v}_e = \left(R + \frac{1}{jc\omega} \right) \bar{i}$$

$$\bar{v}_s = \left(\frac{1}{jc\omega} \right) \bar{i}$$

بحيث:

$$H(j\omega) = \frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e}$$

و منه:

$$H(j\omega) = \frac{1}{R + \frac{1}{j c \omega}} = \frac{1}{1 + j R c \omega} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{1/R c}}$$

بوضع $\omega_0 = 1/R c$ (تردد القطع)، نجد:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}$$

طويلة دالة الإنتقال هي:

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}}$$

الطويلة بالديسيبال هي:

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \right] = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

$$G_{dB}(\omega) = -20 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = -20 \times \frac{1}{2} \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]$$

$$G_{dB}(\omega) = -10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]$$

نقوم بدراسة تغيرات الطويلة بدلالة تغيرات ω :

بالنسبة للترددات الصغرى ($\omega \ll \omega_0$):

$$\omega \rightarrow 0: G_{dB} = -10\log[1] = 0\text{dB}$$

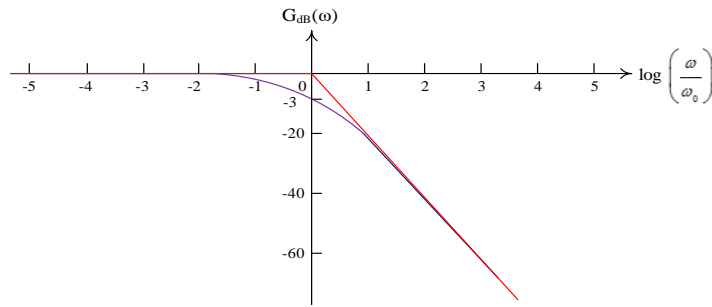
بالنسبة للترددات الكبرى ($\omega \gg \omega_0$):

$$\omega \rightarrow +\infty: G_{dB} = -10\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = -20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

لما $\omega = \omega_0$:

$$\omega = \omega_0: G_{dB}(\omega_0) = -10\log\left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2\right] = -10\log(2) = -3\text{dB}$$

الشكل (8.6) يمثل تمثيل بود لطويلة (الربح في الجهد).



الشكل 8.6: تمثيل بود لربح في الجهد

زاوية دالة الإنتقال هي:

$$\varphi(\omega) = \arg[H(j\omega)] = \arg\left[\frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}\right] = \arg[1] - \arg\left[1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

نقوم بدراسة تغيرات الزاوية بدلالة تغيرات ω :

بالنسبة للترددات الصغرى ($\omega \ll \omega_0$):

$$\omega \rightarrow 0: \varphi = 0$$

بالنسبة للترددات الكبرى ($\omega \gg \omega_0$):

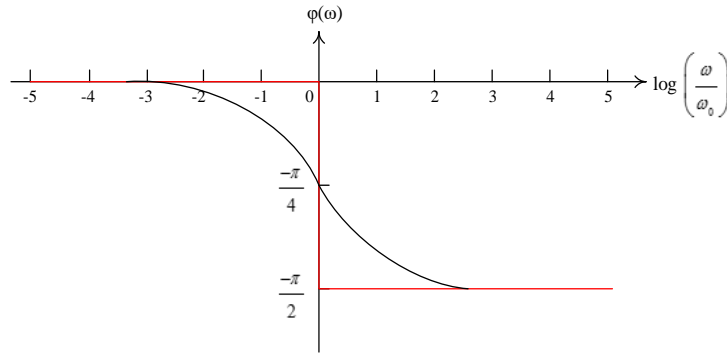
$$\omega \rightarrow 0: \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

لما $\omega = \omega_0$:

$$\omega = \omega_0: \varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

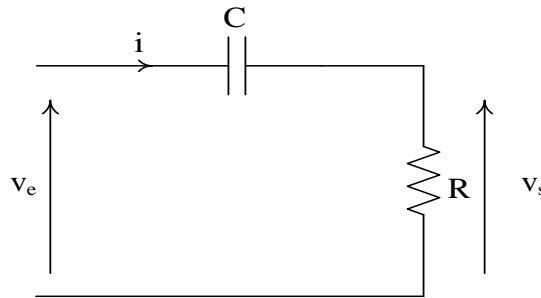
الشكل (9.6) يمثل تمثيل بود لزاوية.



الشكل 9.6: تمثيل بود لزاوية

2.4. دراسة رباعي الأقطاب CR (مرشح علوي)

نريد دراسة رباعي الأقطاب المبين في الشكل (10.6) ، بإعتبار المدخل عند قطبي المصدر والمخرج عند قطبي المقاومة.



الشكل 10.6: مرشح علوي

$$\bar{v}_e = \left(R + \frac{1}{j\omega c} \right) \bar{i}$$

$$\bar{v}_s = R \bar{i}$$

بحيث:

$$H(j\omega) = \frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_e}$$

و منه:

$$H(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega c}} = \frac{jRc\omega}{1 + jRc\omega} = \frac{j \frac{\omega}{1/Rc}}{1 + j \frac{\omega}{1/Rc}}$$

بوضع $\omega_0 = 1/Rc$ (تردد القطع)، نجد:

$$H(j\omega) = \frac{j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}$$

طويلة دالة الإنتقال هي:

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}}$$

الطويلة بالديسيبال هي:

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \left[\frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \right] = 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 20\log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 20 \times \frac{1}{2} \log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 10\log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]$$

نقوم بدراسة تغيرات الطويلة بدلالة تغيرات ω :

بالنسبة للترددات الصغرى ($\omega \ll \omega_0$):

$$\omega \rightarrow 0: G_{dB} = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 10\log[1] = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

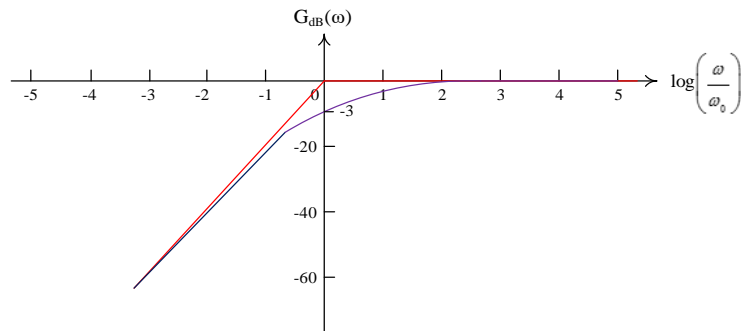
بالنسبة للترددات الكبرى ($\omega \gg \omega_0$):

$$\omega \rightarrow +\infty: G_{dB} = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 10\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 0\text{dB}$$

لما $\omega = \omega_0$:

$$\omega = \omega_0: G_{dB}(\omega_0) = 20\log\left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right) - 10\log\left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2\right] = 20\log(1) - 10\log(2) = -3\text{dB}$$

الشكل (11.6) يمثل تمثيل بود لطويلة (الربح في الجهد).



الشكل 11.6: تمثيل بود لربح في الجهد

زاوية دالة الإنتقال هي:

$$\varphi(\omega) = \arg[H(j\omega)] = \arg \left[\frac{j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)} \right] = \arg \left[j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \right] - \arg \left[1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \right]$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

نقوم بدراسة تغيرات الزاوية بدلالة تغيرات ω :

بالنسبة للترددات الصغرى ($\omega \ll \omega_0$):

$$\omega \rightarrow 0: \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

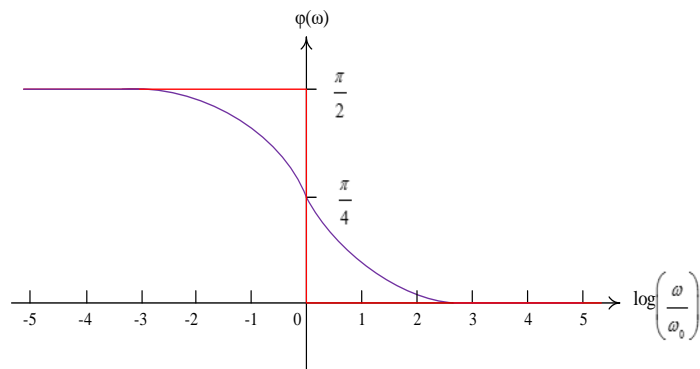
بالنسبة للترددات الكبرى ($\omega \gg \omega_0$):

$$\omega \rightarrow \infty: \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$$

لما $\omega = \omega_0$:

$$\omega = \omega_0: \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

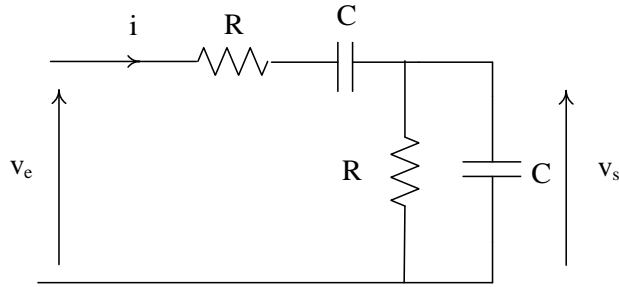
الشكل (12.6) يمثل تمثيل بود لزاوية.



الشكل 12.6: تمثيل بود لزاوية

3.4. دراسة رباعي الأقطاب "وين" (مرشح عبور شريطي)

نريد دراسة رباعي الأقطاب المبين في الشكل (13.6)، بإعتبار المدخل عند قطبي المصدر والمخرج عند قطبي المكثفة.



الشكل 13.6: مرشح شريطي

لدينا:

$$\bar{v}_e = \left(\frac{3jRc\omega - R^2c^2\omega^2 + 1}{jc\omega(1 + jRc\omega)} \right) \bar{i}$$

$$\bar{v}_s = \left(\frac{jRc\omega}{jc\omega(1 + jRc\omega)} \right) \bar{i}$$

بحيث:

$$H(j\omega) = \frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_e}$$

و منه:

$$H(j\omega) = \frac{jRc\omega}{jc\omega(1 + jRc\omega)} = \frac{jRc\omega}{3jRc\omega - R^2c^2\omega^2 + 1} = \frac{1}{3 + j\frac{\omega}{1/Rc} - j\frac{1/Rc}{\omega}}$$

بوضع $\omega_0 = 1/Rc$ (تردد القطع)، نجد:

$$H(j\omega) = \frac{1/3}{1 + \frac{j}{3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

طويلة دالة الإنتقال هي:

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

الطويلة بالديسيبال هي:

$$G_{dB}(\omega) = 20\log|H(j\omega)| = 20\log\left[\frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}\right]$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log\left(\frac{1}{3}\right) - 20\log\sqrt{1 + \frac{1}{9}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

نقوم بدراسة تغيرات الطويلة بدلالة تغيرات ω :

بالنسبة للترددات الصغرى ($\omega \ll \omega_0$):

$$\omega \rightarrow 0: G_{dB} = 20\log\left[\frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}\right] \approx 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

بالنسبة للترددات الكبرى ($\omega \gg \omega_0$):

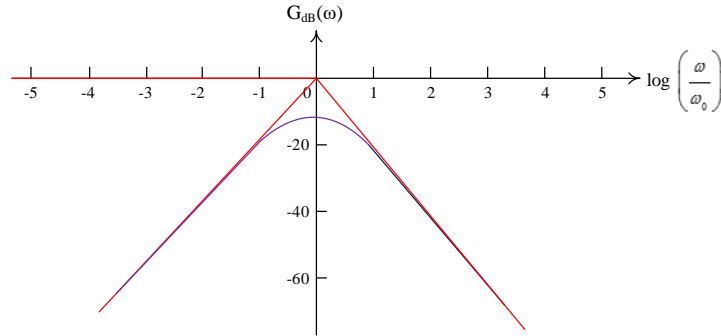
$$\omega \rightarrow +\infty: G_{dB} = 20\log\left[\frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}\right] \approx -20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

لما $\omega = \omega_0$:

$$\omega = \omega_0: G_{dB}(\omega_0) = 20\log\left(\frac{1}{3}\right) - 20\log\sqrt{1 + \frac{1}{9}\left(\frac{\omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2}$$

$$G_{dB}(\omega_0) = 20\log\left(\frac{1}{3}\right) - 20\log(1) = -9.5 \text{ dB}$$

الشكل (14.6) يمثل تمثيل بود لطويلة (الربح في الجهد).



الشكل 14.6: تمثيل بود لربح في الجهد

زاوية دالة الإنتقال هي:

$$\varphi(\omega) = \arg[H(j\omega)] = \arg\left[\frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{j}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}\right] = \arg\left[\left(\frac{1}{3}\right)\right] - \arg\left[1 + \frac{j}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]$$

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

نقوم بدراسة تغيرات الزاوية بدلالة تغيرات ω :

بالنسبة للترددات الصغرى ($\omega \ll \omega_0$):

$$\omega \rightarrow 0: \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

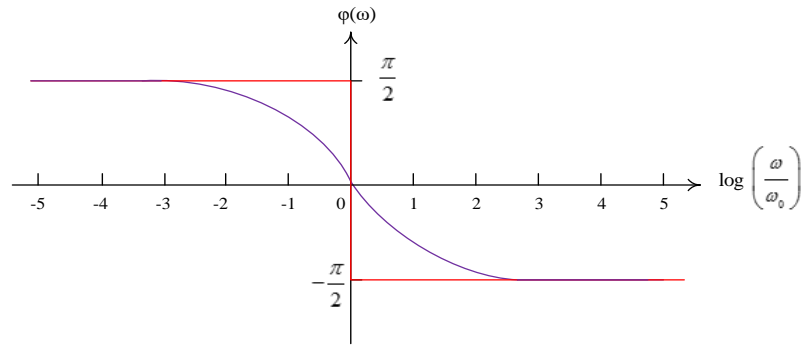
بالنسبة للترددات الكبرى ($\omega \gg \omega_0$):

$$\omega \rightarrow \infty: \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

لما $\omega = \omega_0$:

$$\omega = \omega_0: \quad \varphi(\omega) = 0$$

الشكل (15.6) يمثل تمثيل بود لزاوية.



الشكل 15.6: تمثيل بود لزائوية

5. تمثيل نيكويست

مخطط نيكويست هو رسم بياني يستخدم في الإلكترونيات لتقييم إستقرار النظام. يتضمن ذلك رسم الجزء التخييلي لدالة التحويل $H(j\omega)$ بدلالة الجزء الحقيقي لدالة التحويل $H(j\omega)$.

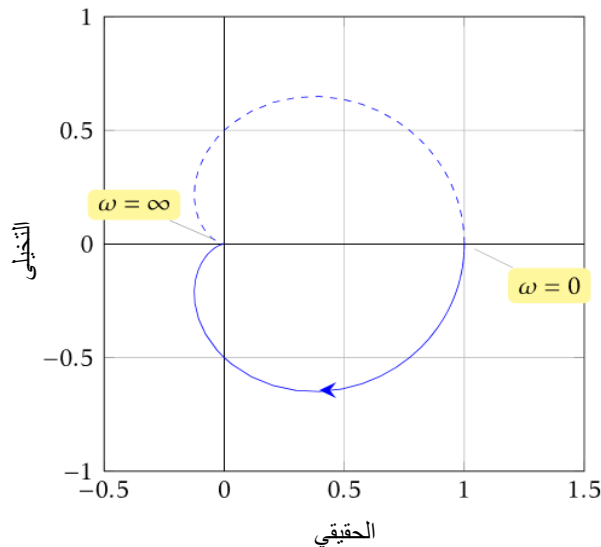
النقاط المهمة في المخطط هي:

- $\omega = 0$
- $\omega = \infty$
- تقاطع المنحنى و المحور التخييلي.
- تقاطع المنحنى و المحور الحقيقي.

مثال: أرسم تمثيل نيكويست لدالة الآتية:

$$G(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 1}$$

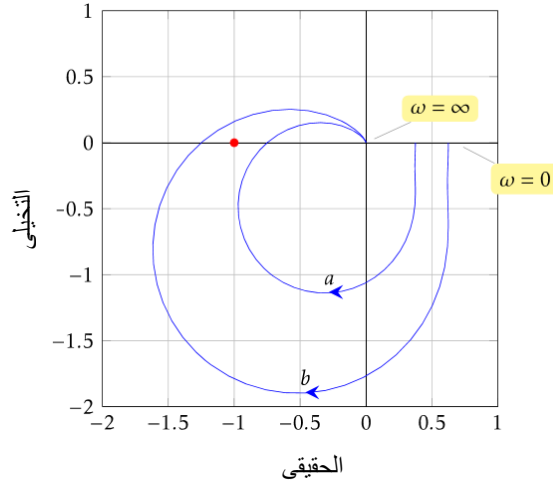
تمثيل نيكويست لدالة $G(j\omega)$ هو:

الشكل 16.6: تمثيل نيكويست لدالة $G(j\omega)$

1.5 معيار إستقرار نيكوست

يكون النظام مستقرا حسب نيكوست إذا كانت السعة أصغر من 1 عندما يكون الطور 180^0 .

يتم الحصول على معلومات حول استقرار النظام أيضا من خلال مخطط نيكويست. عندما نرسم المنحنى على مخطط نيكويست، إذا كانت النقطة $(-1,0)$ على يسار الحد الذي رسمه المنحنى، فإن النظام مستقر. على سبيل المثال، في الشكل (17.6)، يشير المنحنى a إلى نظام مستقر، بينما يشير المنحنى b إلى نظام غير مستقر.



الشكل 17.6: مخطط نيكوست يوضح الإستقرار

المراجع

1. المراجع العربية

- ن. سقال، مطبوعة دروس مقياس: الإلكترونيات، المدرسة العليا للتعليم التقني بوهران.

2. المراجع الأجنبية

- G. Scorletti, Support de cours: Traitement du signal, école Centrale Lyon, 2013/2014.
- R. Abdessemed, M. S. Aggoune, et F. Z. Kadid, Analyse des circuits électriques en courant continu. Presses de l'Université de Batna, 1998.
- A. Hamdoune, Notions fondamentales pour l'Electricité et l'Electronique, Université Abou Bakr Belkaid Tlemcen, 2012.
- H. Laurent, Les Fondements du Génie Electrique, Lavoisier, 2008.
- T. Neffati, Electricité générale, Dunod, 2003.
- Alexander et Sadiku, Analyse des circuits électriques, De Boeck, 2012.
- L. Temimi, Support de cours: Electronique générale, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, 2019/2020.
- K. Aliane, Support de cours: Electronique générale, Ecole Supérieure en Génie Electrique et Energétique d'Oran, 2016/2017.
- K. Bekkouche, Support de cours: Electronique Fondamentale 1, Université Mohamed Khider Biskra, 2014/2015.
- A. Gueddouh, Support de cours: Electronique Fondamentale 1, Université Amar Telidji Laghouat, 2018/2019.
- F. Hadjaj, Support de cours: Electronique générale, Université Tahri mohamed Bechar, 2018/2019.